Министерство образования Российской Федерации
Уральский государственный профессионально-педагогический
университет

Г.Д.Бухарова

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ УМЕНИЮ РЕШАТЬ ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Учебное пособие для студентов
профессионально-педагогических вузов

Екатеринбург 1995

УДК 378 : 53

Бухарова Г.Д. Теоретические основы обучения студентов умению решать физические задачи: Учеб. пособие для студентов проф.-пед. вузов.- Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 1995. - 137 с.

В пособии рассмотрены значения понятия "задача" в общей и частных дидактиках, вопросы о структуре и содержании задачи, о ее месте и роли при изучении естественнонаучных дисциплин. Раскрыта методика решения задач по механике и электростатике. Дано понятие задачи с производственно-техническим содержанием и показано ее применение в подготовке инженера-педагога.

Пособие окажет методическую помощь преподавателям при подготовке и проведении практических занятий по решению задач и студентам в выполнении самостоятельной работы при изучении физики.

Пособие полезно использовать при изучении физики в ВПТУ и ПТУ.

Рецензенты: д-р пед. наук, проф. М.А.Галагузова (Уральский государственный педагогический университет); канд. пед. наук, доц. Г.Д.Орехова (Красноярский государственный педагогический университет)

ISBN 5-230-06625-3

Введение

Динамические процессы, происходящие в обществе, оказывают ощутимое воздействие на систему образования. В связи с этим многие аспекты инженерно-педагогической подготовки специалистов требуют пересмотра, корректировки и дальнейшего развития.

Система профессиональной подготовки включает в себя гуманитарные, естественнонаучные, технические и инженерные знания, а также умения, формируемые в каждом из изучаемых предметов. К числу важнейших относится умение решать задачи. Формирование этого умения осуществляется в процессе изучения предметов естественнонаучного цикла дисциплин (математики, физики, химии). В частности, в существующих пособиях по курсу общей физики предлагаются задачи и ответы к ним. При таком подходе нарушается преемственность в обучении физике в школьном и вузовском курсах.

Существует необходимость разработки таких рекомендаций и пособий, которые способствовали бы дальнейшему развитию умения решать задачи. Одним из показателей сформированности этого умения является возможность его реализации в технических, специальных и инженерных дисциплинах. Умение решать задачи является в то же время показателем сформированности знаний.

Цель данного пособия - ознакомить студентов с теоретическими основами методики обучения умению решать задачи.

Объектом нашего внимания выступают теоретические основы обучения студентов умению решать задачи в естественнонаучных дисциплинах.

Предметом является обоснование необходимости формирования у студентов обобщенного приема решения задач и возможности его переноса на инженерные знания.

В работе проанализированы различные подходы к формированию умения решать задачи. Выявлены особенности формирования этого умения при решении задач по механике и электростатике.

Глава I. ПОНЯТИЕ ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЯ В ПСИХОЛОГИИ, ОБЩЕЙ И ЧАСТНЫХ ДИДАКТИКАХ

I.I. Понятие задачи в психологии

В литературе по психологии существует несколько подходов к определению понятия "задача". Наиболее распространенным является понимание сущности задачи как цели мыслительной деятельности, в процессе которой идет поиск путей и средств ее разрешения для получения некоторого познавательного результата.

Общее психологическое определение задачи приводится в теории деятельности А.Н.Леонтьевым: задача - это "цель, данная в определенных условиях" [37, с. 309]. Этим определением пользуется С.Л.Рубинштейн и рассматривает задачу как "цель для мыслительной деятельности индивида, соотнесенную с условиями, которыми она задана" [48, с. 369]. Для К.К.Платонова "задача - цель, поставленная в конкретных условиях, требующая исполнения, решения" [43, с. 39]. Ряд психологов (В.В.Давыдов, А.В.Запорожец, В.П.Зинченко, А.Р.Лурия, А.М.Матюшкин, А.В.Петровский) приводят такое определение задачи: "задача (проблема) - цель деятельности, данная в определенных условиях и требующая для своего достижения использования адекватных этим условиям средств" [45, с. 106].

Из приведенных определений следует, что процесс поиска условий для решения задачи составляет сущность мыслительной деятельности, которая, в свою очередь, раскрывается наиболее полно через процесс решения задач. Само же понятие задачи не существует вне мышления.

Другой оттенок принимает определение понятия "задача" в работах Л.Л.Гуровой, Я.А.Пономарева, К.А.Славской. Так, в понимании Я.А.Пономарева "задача есть та ситуация, которая определяет действие субъекта, удовлетворяющего потребность путем изменения ситуации" [44, с. 111]. У Л.Л.Гуровой понятие задачи идентично понятию цели деятельности и в процессе решения задачи идет поиск субъектом необходимых для ее решения средств [17].

При таком подходе за основу принимается характер и результат взаимодействия субъекта с объектом деятельности, то есть задача выступает объектом, в котором в концентрированном виде представлены объективные и субъективные стороны мышления. Представляется, что такая позиция является следствием, вытекающим из основ генетической психологии. Еще Ж.Пиаже считал, что в процессе интериоризации происходят непрерывная взаимосвязь и взаимодействие интеллекта и реальности. Представители генетической психологии (Дж.Брунер, П.Я.Гальперин, А.В.Запорожец, А.Н.Леонтьев, Ж.Пиаже, Д.Б.Эльконин) считают, что мыслительную (внутреннюю) деятельность и внешнюю (решение задач) можно описать через одинаковые операционные характеристики.

Интересен подход к задаче как некоторому продукту анализа лежащей в ее основе проблемы А.Ф.Эсауловым [61]. Ядром содержания задачи у него выступает проблема. Высказанная ученым позиция несколько сужает определение задачи и в какой-то мере сводит ее к проблемной ситуации.

Традиционное разграничение понятий "задача" и "задача-проблема" содержится в работах психологов Д.Н.Богоявленского и Н.А.Менчинской. В их понимании задача выступает прежде всего как средство формирования понятий и развития мышления. Они отмечают, что в процессе решения задач "происходит органическое слияние усвоенного знания и практического действия" [5, с. 8].

Наиболее полным, на наш взгляд, является понятие задачи, данное Г.А.Баллом [2]. Рассматривая задачу как требование к деятельности субъекта и условиям ее протекания, он указывает, что понятие задачи необходимо раскрывать в трех основных аспектах. Во-первых, (по А.Н.Леонтьеву) как цели деятельности; во-вторых, (по Г.С.Костюку) как ситуации, требующей от субъекта некоторого действия, направленного на нахождение неизвестного на основе его связей с известным; в-третьих, (по А.Ньюэллу) как ситуации, требующей от субъекта некоторого действия, направленного на нахождение неизвестного на основе его связей с известным в условиях, когда субъект не обладает способом этого действия. Такой многоаспектный подход к задаче дает основание для выделения трех видов задач: задача, мыслительная задача, проблемная задача. Из сказанного видно, что эти понятия являются соподчиненными, в них учитывается цель деятельности, опыт субъекта и владение им способом решения задачи.

Во всех рассмотренных выше определениях задачи центральным выступает понятие действия. "Действие - одна из составляющих деятельности человека, побуждаемая ее мотивом и соотносимая с определенной целью" [45, с. 84].

Особое внимание понятию действия уделено в работах С.Л.Рубинштейна, для которого действие - первичная форма " существования мышления. Первичный вид мышления - это мышление в действии и действием, мышление, которое совершается в действии и в действии выявляется" [48, с. 362]. Любая мыслительная деятельность начинается с постановки вопроса, проблемы, задачи. З.И.Калмыкова считает, что "одним из показателей умственного развития может быть фонд действенных знаний", которые могут использоваться при решении задач [27, с. 74].

В каждом действии необходимо выделить цель, мотив, предмет и способ. Цель представляет собой некоторое требование к состоянию объекта, и на выполнение этого требования направляется действие субъекта в процессе решения задачи. Цель действия достигается через удовлетворение некоторой потребности (мотива). Предметом выступает объект (задача), преобразуемый в процессе выполнения действия определенным способом, который, в свою очередь, включает последовательность операций.

Многоплановый подход к определению задачи нашел отражение в Большой Советской Энциклопедии: "Задача, 1) поставленная цель, которую стремятся достигнуть; 2) поручение, задание; 3) вопрос, требующий решения на основании определенных знаний и размышления (математическая задача, шахматная задача, логическая задача, письменная задача), проблема; 4) один из методов обучения и проверки знаний и практических навыков учащихся, применяемых во всех типах общеобразовательных и специальных учебных заведений" [6, с. 277]. При таком подходе задача выступает как цель, задание, вопрос, проблема, метод обучения и контроля.

В рамках педагогической психологии задача рассматривается как условие, обеспечивающее усвоение теоретических положений (Г.А.Балл, Г.С.Костюк), как средство формирования и развития мышления (Л.В.Занков, Е.Н.Кабанова-Меллер, О.К.Тихомиров), как форма усвоения знаний (З.И.Калмыкова, А.Ф.Эсаулов), как результат усвоения знаний и показатель их эффективности (Н.Д.Левитов, Н.А.Менчинская, Д.Н.Богоявленский).

Итак, понятие задачи в психологии характеризует направленность и цель деятельности человека, достижение результата которой осуществляется определенными средствами.

I.2. Понятие задачи в общей и частных дидактиках

Анализируя понятие "задача" в общей и частных дидактиках, будем иметь в виду учебную задачу. Учебная задача отличается по своей структуре и функциональному назначению от понятия задачи. Учебная задача является элементом учебной деятельности. В.В.Давыдов отмечает, что учебная задача требует определенных способов умственной деятельности, ориентированных на овладение наиболее общими отношениями предметной действительности [I9]. Учебная задача предполагает открытие и освоение общих способов решения относительно широкого круга проблем научной и практической области.

В дидактической литературе задачи представляют собой метод обучения, направленный на достижение образовательных целей. Так, И.Я.Лернер выделяет особые "педагогические конструкции в виде построенных педагогами творческих задач" [39, с. 77]. Беря за основу психологический подход к определению задачи, он пытается раскрыть ее понимание через содержание и структуру, при этом выделяя промежуточные звенья (шаги хода решения).

Т.А.Ильина отмечает, что "решение задач является особым видом упражнений при работе по физике, химии, математике"[24, с.283]. Г.И.Щукина выделяет в качестве источника формирования познавательного интереса "процесс сосредоточенной, углубленной деятельности, направленной на решение познавательной задачи" [57, с. 74].

Метод обучения в его дидактическом понимании реализуется в виде приемов, способов и средств в процессе обучения. В методической литературе задачи рассматриваются как средство обучения, способ реализации методов обучения, при этом выделяются функции задач, приводится их классификация, разрабатывается эффективная методика обучения их решению.

В частных дидактиках оперируют различными определениями учебной задачи. Чаще всего встречается определение задачи через структуру изучаемого предмета. Математики определяют задачу через ее структурные элементы. Например, А.А.Столяр в определении задачи выделяет ее требование [52]. В.В.Репьев указывает на необходимость функциональной зависимости между ее искомыми и данными величинами [47]. В.М.Брадис определяет задачу через математический вопрос, не называя при этом ее признаков [7]. Л.М.Фридман выделяет структурные элементы задачи [60].

Представляет интерес рассмотрение понятия задачи в методике преподавания химии и физики. Так, в методике преподавания химии определение задачи идет путем разграничения понятий "задача" и "упражнение" [56]. Ю.В.Ходаков отмечает, что при решении задач выполняются действия, которые могут входить в упражнения, но это не означает, что задача представляет собой простую сумму упражнений. При решении задач перед обучаемым стоит проблема в определении содержания и последовательности действий [56]. "Физической задачей в учебной практике обычно называют проблему, которая в общем случае решается с помощью логических умозаключений, математических действий и эксперимента на основе законов и методов физики", - такое определение дают С.Е.Каменецкий и В.П.Орехов [28, с. 5].

Под задачей следует понимать объект мыслительной деятельности, в котором в диалектическом единстве представлены составные элементы (условие и требование), и получение некоторого познавательного результата возможно при раскрытии отношения между известными и неизвестными элементами задачи.

Понимание сущности задачи раскрывается через определение ее структуры. В структуре любой задачи можно выделить условие (утверждение) и требование (вопрос), или данные и искомые величины.

В методике обучения решению задач по физике одним из первых был вопрос "Что решать и сколько решать?" В ряде диссертационных исследований(Б.А.Золотова, В.И.Лукашика, С.С.Мошкова, В.Г.Разумовского, М.Е.Тульчинского, А.Н.Яворского)дается ответ на этот вопрос. Следующий вопрос заключался в том, как решать? На него можно найти ответ в работах В.А.Балаша, С.Е.Каменецкого, В.К.Кобушкина, С.П.Мясникова, Л.И.Резникова. Одним из самых сложных и важных вопросов стал вопрос "Как научить учащихся решать задачи?" Этому вопросу посвящены исследования по психологии (Л.Л.Гуровой, Л.М.Фридмана, А.Ф.Эсаулова), а также диссертационные работы по методике преподавания физики С.М.Жемчужного (1956), В.И.Сосновского (1966), В.В.Кириллова (1970), Б.М.Чуцкого (1973), В.А. Черкасова (1974), Б.В.Даутовой (1978), Г.П.Стефановой (1979), В.Е.Володарского (1979), И.Ф.Жураховского (1980), Н.М.Таченко (1982), А.Б.Токарева (1983), Х.Я.Марголина(1983), А.И.Павленко (1986), Г.А.Дзида (1987), Г.Д.Бухаровой(1987), М.Б.Шабад (1987), Н.Н.Тулькибаевой (1990), А.Н.Величко (1990), Н.Ф.Искандерова (1993).

I.3. Понятие "решение задачи"

Осмысление понятия "задача" является недостаточным для разработки научно обоснованной методики обучения решению задач. Не менее важным становится анализ современного понимания понятия "решение задачи", который представляет собой процесс выбора способа действия. Е.Н.Кабанова-Меллер отмечает, что решение "является тем звеном, которое связывает процессы усвоения знаний и их самостоятельное применение" [25, с. 8]. С.Л.Рубинштейн относит всякий мыслительный акт к решению задачи, а "в процессе ее решения объективное предметное содержание задачи опосредует и определяет мыслительный процесс" [48, с. 369]. Далее он продолжает: "Разрешение задачи требует сплошь и рядом значительного волевого усилия для преодоления встающих перед мышлением трудностей" [48, с. 370]. Таким образом, в психологии решение задачи рассматривается как некоторое волевое усилие, направленное на разрешение противоречий между условиями и требованиями задачи.

В теории решения задач существуют два подхода к пониманию понятия "решение задачи". Согласно первому, обосновывается и разрабатывается универсальный "решатель" задач. Во втором подходе предпочтение отдается разработке методов и способов решения отдельных видов и типов задач.

Решение задачи представляет собой процесс преобразования объекта, описанного в содержании задачи. Преобразование этого объекта осуществляется определенными методами, способами и средствами. Решение задачи предполагает познание самого процесса преобразования. Решение задачи осуществляется с помощью определенных мыслительных действий и операций, которые могут быть представлены в виде эвристических и алгоритмических предписаний. Таким образом, решение задачи является сложным процессом мыслительной деятельности человека, направленным на преобразование объекта, на разрешение противоречия между условием и требованием задачи.

При решении задач проявляются основные закономерности мыслительной деятельности человека, одновременно идет процесс усвоения и применения знаний. Мышление в этом случае представляет собой единую и вместе с тем многообразную по своим формам деятельность, которая протекает с помощью различных операций. К ведущим из них относятся анализ и синтез. Анализ представляет собой мысленное расчленение предмета, явления на составляющие его части и выделение существенных признаков, свойств, элементов. Синтез, вскрывая существенные связи и отношения между элементами, способствует восстановлению целого, расчлененного анализом. При выполнении определенных действий можно говорить только о превалировании той или иной мыслительной операции, так как разграничивать их не представляется возможным. Анализ и синтез существуют в единстве, определенной взаимосвязи, и в процессе решения задач проявляется целостная аналитико-синтетическая деятельность. Это дает основание для выделения методов решения задач: аналитического, синтетического и аналитико-синтетического.

Для успешного овладения умением решать задачи необходимо у обучаемых сформировать структурные элементы деятельности.

При разработке этой проблемы следует опираться на системно-структурный анализ деятельности, реализованный в работах психологов А.Н.Леонтьева, П.Я.Гальперина и Н.Ф.Талызиной. Структура деятельности в их понимании включает в себя совокупность действий, которые в свою очередь слагаются из определенной системы операций. П.Я.Гальперин отмечает в каждом действии ориентировочную, исполнительную и контрольную составляющие [10]. И.С.Якиманская обосновывает исполнительские и планирующие действия [63]. В.М.Глушков анализирует типы операций исходя из их функционального назначения, при этом он выделяет ознакомление с условием, составление плана решения, осуществление решения, проверку правильности полученного ответа и выполненного решения [13]. Л.М.Фридман выделяет следующие компоненты деятельности по решению задач: анализ условия, поиск плана решения, осуществление решения, анализ полученного результата [59].

В содержании задачи зафиксированы отдельные данные и искомые величины (условие и требование), и в их соотношении и последующем разрешении заключается мыслительный процесс решения задачи. Исходным при решении выступает синтетический акт, представляющий собой соотношение между условием и требованием задачи. Анализ же совершается в рамках этого соотношения через синтез. С физиологической точки зрения основой указанного процесса является формирование определенной системы временных условных связей, определенного динамического стереотипа. В основе формирования умения решать задачи лежат устойчивые системы временных условных связей.

Важно отметить, что при выполнении отдельных операций может преобладать либо анализ, либо синтез, составляя основные закономерности мыслительной деятельности. Например, при выполнении операции "ориентирование", содержанием которой является чтение задачи, выделение в ней предмета, данных и искомых величин, преобладающим выступает анализ. В операции "контроль" главным будет синтез, в то время как это не означает отсутствие всякого анализа. Можно с полным основанием сказать, что для успешного овладения умением решать задачи важно развивать все мыслительные операции, совершенствуя тем самым психические функции, необходимые для их решения.

О.К.Тихомиров разделяет действия и операции на внешние (практические) и внутренние (умственные) [53]. Действия и операции представляют собой составляющие элементы любой деятельности, в том числе деятельности по решению задач. Таким образом, структурные элементы деятельности могут иметь форму как внешних, так и внутренних процессов. Деятельность, действия и операции выступают при решении задач в виде сложных функциональных образований.

Анализируя психологическую теорию решения задач, можно в каждом действии выделить основные операции: ориентирование, планирование, исполнение, контроль (рис. 1).

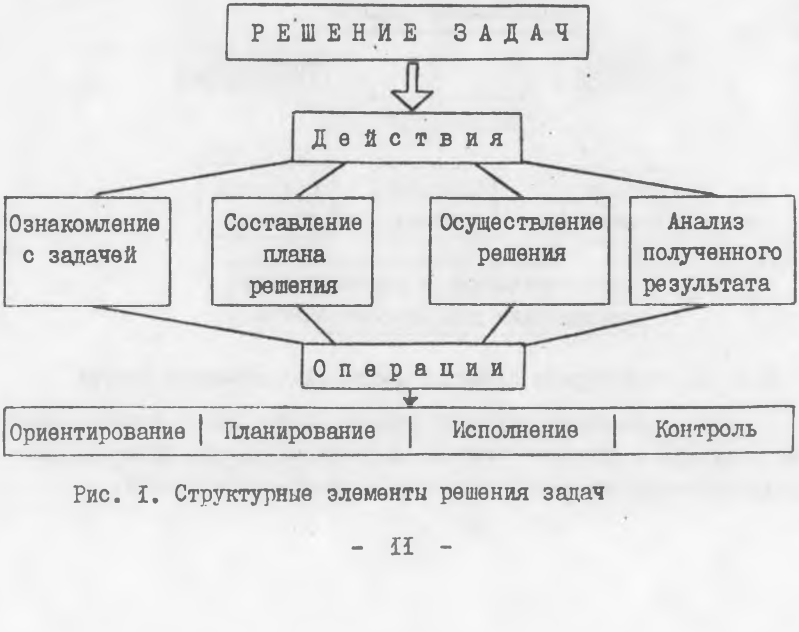


Рис. 1. Структурные элементы решения задач

Содержание каждой операции определяется учебным предметом и конкретным типом и видом задачи. Наполнение операций элементами существенно отличается при решении количественных и качественных задач, задач с производственно-техническим и экологическим содержанием, графических и экспериментальных задач.

В процессе решения задачи используются знаково-символические (искусственные) формы выражения отношений между предметами реальной действительности. Решение задач включает в себя формальные и семантические компоненты, которые проявляются в единстве образного и словесно-логического мышления. Формальные компоненты процесса решения задачи состоят из систем операций над буквенными, цифровыми или графическими символами с учетом их функциональной зависимости. Семантические компоненты решения задачи предполагают оперирование словом или наглядным образом, способствующим наиболее полному осмыслению содержания задачи.

В работах, посвященных проблеме творческого мышления, в задаче выделены задачная и решающая системы. В задачную систему входят условие и требование (данные и искомые величины), в решающую – научные методы, способы, приемы и средства, являющиеся источником создания алгоритмических и эвристических предписаний для решения задачи (рис. 2).

Рис. 2. Структурные элементы задачной и решающей систем

В основе успешного обучения решению задач лежат знание содержания задачной и решающей систем, а также структуры процесса разрешения противоречия между условием и требованием задачи.

I.4. Роль и место решения задач при изучении предметов естественнонаучного цикла дисциплин

Решение задач играет исключительно важную роль в обучении. Эта роль определяется прежде всего тем, что конечные цели обучения предмету сводятся не только к овладению обучаемыми методами и способами решения определенной системы задач, но и тому,что через решение задач происходит освоение предметной действительности. Достижение полноценного результата обучения возможно при условии применения знаний к решению практических задач. При таком подходе решение задач выступает и как цель, и как средство обучения.

Одним из важнейших элементов учебной деятельности учащихся и студентов в учебно-воспитательном процессе при изучении предметов естественнонаучного цикла дисциплин является решение задач. Этот вид учебной деятельности служит средством формирования и развития мышления, способствует более глубокому и прочному усвоению понятий, законов, теорий, создает условия для осуществления профессиональной ориентации, способствует формированию умений и навыков.

Решение задач выполняет определенные функции в учебно-воспитательном процессе. Такими функциями являются: обучающая, развивающая, воспитывающая и управляющая.

Обучающая функция решения задач состоит в том, что в содержании учебной задачи и в процессе ее решения для обучаемого представлены новые знания. В процессе решения задачи формируется умение применять приобретенные знания на практике. Содержание задачи и ее решение расширяют научно-технический кругозор, способствуют реализации политехнического принципа, профессиональной ориентации и мобильности, являются условием установления межпредметных связей.

Развивающая функция задач заключается в формировании и развитии логического мышления, памяти, творческой активности, самостоятельности и сообразительности.

Информация, содержащаяся в задачах, и процесс осуществления их решения носят не только познавательный, но и воспитывающий характер. Так, использование в учебном процессе задач с политехническим, производственно-техническим, историческим, краеведческим, экономическим, экологическим содержанием способствует формированию мировоззрения, любви к природе, родному краю, нацеливает на бережное отношение к природным ресурсам.

Управляющая функция заключается в том, что решение задач, являясь целенаправленным процессом, создает определенные условия для достижения результатов обучения и воспитания. Управляющий характер решения задач способствует реализации дидактических принципов: направленности обучения, систематичности и последовательности.

Решение задач служит простым, удобным и эффективным средством проверки знаний, умений и навыков. В этом состоит значение и смысл контролирующей функции решения задач в учебном процессе.

Задачи могут успешно применяться в учебном процессе при соблюдении определенных дидактических условий. К числу таких следует отнести:

- обоснованность применения определенных типов и видов учебных задач ;
- целенаправленность использования задач для формирования знаний и умений ;
- систематичность и последовательность применения задач различных типов и видов.

Отбор материала, представленного в содержании задачи, должен удовлетворять определенным требованиям:

- научности отбираемого материала ;
- обеспечению органической связи с изучаемым программным материалом ;
- практической значимости отбираемого материала ;
- доступности усвоения ;
- тщательной дозировке для каждой изучаемой темы и раздела.

Решение задач является одним из показателей уровня развития мышления, глубины и полноты усвоения знаний и сформированности умений. В процессе обучения необходимо научиться такому подходу к решению задач, при котором задача выступает объектом не только изучения, но и конструирования и изобретения.

Глава 2. ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ ПО ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫМ ДИСЦИПЛИНАМ

2.1. Классификация учебных задач

Остановимся подробно на классификации учебных задач по предметам естественнонаучного цикла дисциплин. Учебные задачи можно классифицировать по различным основаниям (рис. 3).

Рис. 3. Основания для классификации учебных задач по естественнонаучным дисциплинам

Представляет интерес классификация учебных задач по физике по способу задания содержания (рис. 4).

По целевому назначению можно выделить задачи для аудиторного и домашнего решения, самостоятельной работы, тренировочные, познавательные, творческие и исследовательские.

По характеру требований следует различать задачи на нахождение искомого, на конструирование, на доказательство.

По степени и уровню сложности можно выделить простые и сложные задачи. По методам решения – алгоритмические и эвристические.

По способу решения целесообразно выделить качественные и количественные задачи, графические, экспериментальные и задачи-рисунки.

По способу и роли в формировании понятий следует различать задачи на уточнение признаков понятий, уточнение содержания и объема понятия, дифференцирование понятий, установление или уточнение связи данного понятия с другими.

Рис. 4. Классификация учебных задач по физике

Большинство аспектов предложенной классификации учебных задач может успешно применяться при изучении естественнонаучных дисциплин. Если при изучении предмета в полном объеме будут представлены все виды учебных задач, то получится система.

2.2. Принципы построения системы учебных задач

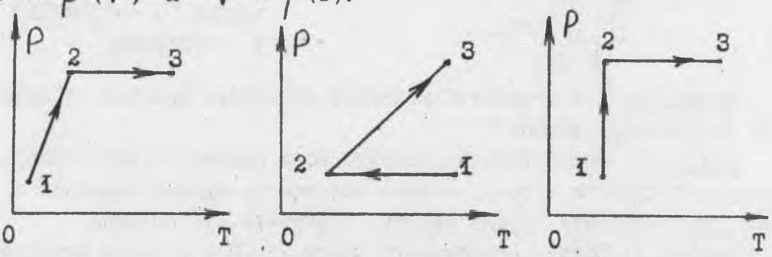
В основу построения дидактической системы задач целесообразно положить системные принципы: целостность, структурность, взаимосвязь, взаимозависимость, иерархичность, многоуровневость.

Проследим, как преломляются эти системные принципы в построении дидактической системы задач.

Целостность является обобщенной характеристикой сложных по своему содержанию и структуре объектов. В нашем случае объектом выступает математическая, физическая, химическая задача, которая в свою очередь представляет собой подсистему системы задач. Целостность выражается в несводимости свойств системы задач к механической сумме свойств отдельных задач. Каждая из задач подсистемы выполняет определенные функции в учебном процессе. Приведем в качестве примера несколько задач подсистемы при изучении изопроцессов в газе.

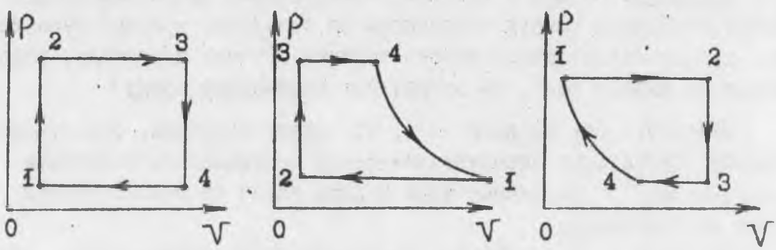
Задача 1. В сосуде объемом V = 3 л содержится кислород массой m = 10 г под давлением p = 100 кПа. Чему равна температура газа?

Задача 2. На рисунке представлены графики зависимости $p = f(T)$ при переходе газа $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$. Вычертить графики зависимости $p = f(V)$ и $V = f(T)$.



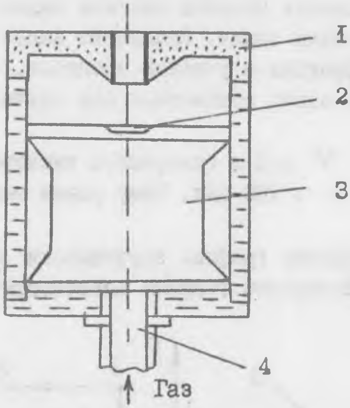
Графики зависимости давления от температуры

Задача 3. С некоторой массой идеального газа был произведен замкнутый процесс, изображенный на рисунке. Вычертить этот процесс в координатах p, T и V, T. Объяснить, как изменялись параметры газа при переходах $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 1$.



Графики зависимости давления от объема

Задача 4. Изучите механизм индикатора, изображенный на рисунке. Как определяется наличие давления газа, находящегося в системе? Укажите область практического применения данного механизма.



Пневматический индикатор наличия давления: I - крышка; 2 - прокладка; 3 - поршень; 4 - отверстие

Задача 5. Как объяснить механизм легочного дыхания, применив один из газовых законов?

Задача 6. Пламя горелки коптит. Если поднести сверху вертикальную стеклянную трубку, копоть исчезает, однако появляется снова, если закрыть трубку сверху. Объясните это явление.

Задача 7. Вблизи поверхности Земли 78,08 % молекул воздуха приходится на долю азота (N_2), 20,95% - на долю кислорода (O_2), 0,93% - на долю аргона (Ar), 0,04% - на долю других газов. Полагая, что давление равно $1{,}01 \cdot 10^5$ Па, найдите парциальное давление азота, кислорода, аргона. Определите среднюю молярную массу воздуха.

Задача 8. Почему в газовом карбюраторном двигателе газообразное топливо и воздух подводятся по отдельным трубам? Перечислите преимущества газообразного топлива. Почему двигатели, работающие на сжатом газе, не загрязняют окружающую среду?

Структурность предполагает, что между задачами, образующими систему, существуют определенные связи и отношения. В системе представлены различные типы и виды задач из рассмотренной ранее классификации.

Входящие в дидактическую систему задачи взаимосвязаны, взаимообусловлены и взаимозависимы, имеют целевую установку и значимость в учебном процессе при изучении основ наук, зависят от социально-экономических требований, предъявляемых к образованию. В качестве примера рассмотрим скалярные и векторные величины. С этими величинами знакомятся в курсах математики и физики. Поэтому очень важно при изучении математики и физики учитывать характерные признаки скалярных и векторных величин, тем самым устраняя неоднозначность их толкования и использования.

Иерархичность следует рассматривать с позиции выделения двух аспектов: во-первых, каждая задача может быть изучена как система ; во-вторых, последовательность в расположении задач в системе осуществляется на основе упорядоченности. В задаче в единстве представлены условие и требование. В процессе получения ответа на вопрос задачи мыслительная деятельность человека направлена на разрешение противоречия между условием и требованием. Система задач строится в определенной последовательности с учетом дидактических условий, значимости и ценности задач в формировании знаний и умений.

Система задач может быть законченной, если в основе ее построения учтена многоуровневость, то есть задачи представлены по рассмотренной выше классификации. Каждый из видов и типов требует определенных подходов к решению, построения множества алгоритмических и эвристических предписаний и приемов решения, тем самым обеспечивая многоуровневость.

Система задач может успешно применяться при соблюдении определенных дидактических условий, вытекающих из принципов дидактики.

К числу таких условий могут быть отнесены следующие:

- знание содержания и объема понятия "задача" ;
- обоснованность применения определенных методов и способов решения различных видов задач ;
- осознанность овладения структурой и содержанием процесса решения задач ;
- целенаправленность в формировании алгоритмических и эвристических приемов решения задач ;
- преемственность школьного и вузовского подходов к решению задач в предметах естественнонаучного цикла дисциплин ;
- систематичность и последовательность в формировании умения решать задачи ;

- общность подходов к умению решать задачи в предметах естественнонаучного цикла дисциплин ;

- перенос усвоенного умения решать задачи на технические и специальные знания.

2.3. Методы и способы решения задач

В дидактическом понимании методы обучения - способы взаимосвязанной деятельности учителя и обучаемых, направленные на достижение образовательных целей [39]. Современная классификация методов обучения представлена на рис. 5 .

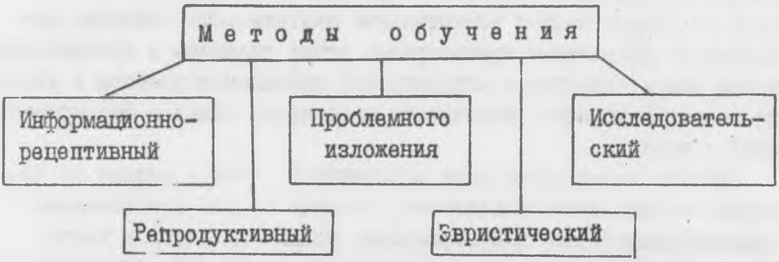


Рис. 5 . Классификация методов обучения

Каждый из методов предусматривает определенный вид деятельности преподавателя и обучаемых и ведет к усвоению знаний и способов деятельности. Для достижения поставленной цели, получения результатов обучения в диалектическом единстве используются все методы обучения. Все методы могут быть реализованы на разных этапах обучения, разных уровнях сложности изучаемого материала по предмету с учетом степени подготовки обучаемых

В методике решения задач метод рассматривается как некоторый подход к решению задачи. Решение задач является мыслительным процессом, что позволяет выделить аналитический, синтетический и аналитико-синтетический методы. В чистом виде аналитический и синтетический методы встречаются крайне редко, оба эти метода проявляются одновременно, дополняют друг друга. Анализ и синтез - две стороны единого диалектического метода познания. Под методом мы будем понимать совокупность теоретических и практических приемов, способствующих разрешению противоречия между условием и требованием задачи и получению ответа на вопрос задачи.

Реализация того или иного метода в учебном процессе достигается определенным способом. Способ - это совокупность средств, действий, применяемых для решения задачи определенным методом. Классификация основных способов решения задач по физике представлена на рис. 6 .

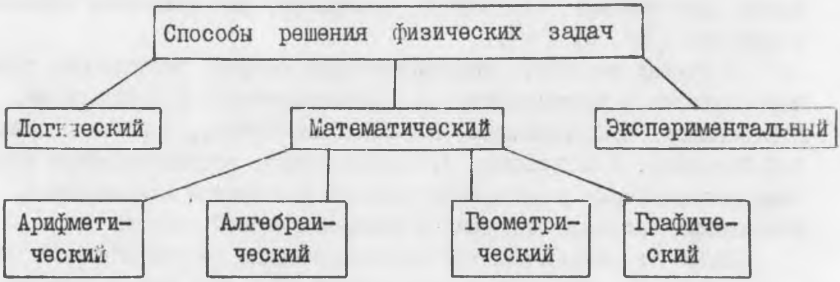


Рис. 6. Классификация способов решения физических задач

Существует и другая классификация способов решения задач по естественнонаучным дисциплинам. В ее основе лежит обобщенный прием решения задач. В связи с этим можно выделить алгоритмические, эвристические, экспериментальные и исследовательские способы решения.

Остановимся подробнее на содержании и структуре обобщенного приема решения задач по физике, выделенного в литературе. Ряд дидактов и методистов (Д.А.Александров, А.И.Бугаев, Е.Н.Горячкин, П.А.Знаменский, С.Е.Каменецкий, В.П.Орехов, И.И.Соколов, Б.И.Сосновский, А.В.Усова, И.М.Швайченко) разрабатывали отдельные способы, приемы и структуру решения задач. Такой подход способствовал выделению умственных операций деятельности при решении задач, разработке содержания операций при решении задач определенного вида, решению вопроса обучения учащихся способам решения задач. К сожалению, в практике работы высшей школы должного решения этот вопрос не находит. Возникает проблема обучения студентов обобщенному приему решения задач и переносу сформированного умения на решение задач по техническим и специальным дисциплинам.

2.4. Обобщенный прием решения задач

Понятие "прием", введенное советским психологом А.А.Смирновым, получило широкое распространение в области педагогической психологии, в частности, в обучении учащихся решению задач. По логическому словарю Н.И.Кондакова "прием – способ мыслительной деятельности, дающий возможность приходить к новому, более глубокому и всестороннему знанию на основании соответствующей обработки (сопоставление, расчленение, соединение, выведение) уже имеющихся суждений и понятий" [30, с. 273].

В рамках различных психологических теорий, реализующих принцип сознания и деятельности (Д.Н.Богоявленский, П.Я.Гальперин, В.В.Давыдов, З.И.Калмыкова, Е.Н.Кабанова-Меллер, Н.А.Менчинская, Н.Ф.Талызина, Л.М.Фридман, И.С.Якиманская), рассматриваются проблемы формирования у обучаемых приемов умственной деятельности, обобщенных способов действий и приемов учебной работы.

Одним из важных понятий психологической теории обучения является "прием умственной деятельности". Так, Д.Н.Богоявленский анализирует это понятие через систему умственных операций для решения данного типа задач [5]. Н.А.Менчинская дает перечень действий, входящих в состав прием при решении определенного круга задач [41]. З.И.Калмыкова предлагает выделять общие и частные приемы [27]. Под общим приемом следует понимать систему жестких предписаний, выполняющихся в определенной последовательности при решении задач. Частные приемы – это системы вариативных предписаний

Анализ психолого-педагогической литературы показывает, что понятие "прием" используется в следующих значениях: а) как система умственных операций, выполнение которой обеспечивает успешное решение задачи; б) как некоторое предписание, система указаний для получения ответа на вопрос задачи. В процессе обучения приему решения задач преподаватель реализует систему формирующих воздействий. Воздействие – это процесс, направленный на изменение количественных и качественных характеристик объекта воздействия.

В теории поэтапного формирования умственных действий (П.Я.Гальперин, Н.Ф.Талызина) обоснованы основные требования к системе формирующих воздействий, которая включает в себя введение ориентировочной основы, организацию выполнения операций в материальной (или материализованной) форме, формирование умственных действий.

Ориентировочная основа деятельности приводится преподавателем в готовом виде или открывается самим обучаемым. При решении задач в формирующих воздействиях происходит процесс открытия учащимся или студентом системы учебных действий, необходимых для разрешения противоречия между условием и требованием задачи и получения искомых величин.

В методических исследованиях, посвященных проблеме обучения приему решения задач [7 , 23, 28, 42,47] , анализируется тип косвенного управления на основе подбора системы упражнений, задач и образцов их решения. Аналогичным образом построены сборники задач для студентов высших учебных заведений. Часто пособия по физике для высшей школы включают основные формулы раздела курса, несколько примеров решения типовых задач и задач для самостоятельного решения. Дидактических исследований, посвященных проблеме обучения студентов вузов умению решать задачи в естественных дисциплинах, практически не проведено. Таким образом, нарушается преемственность в обучении решению задач в школьных и вузовских курсах физики. Также обстоит дело и в математике, и в химии.

В работах Н.Ф.Талызиной показано, что содержание предметов (математика, физика) - это одна сторона того, что подлежит усвоению в учебной деятельности. Другой, не менее важной стороной является система рациональных действий, приемов мышления. Успешное обучение, достижение положительного результата в овладении умением решать задачи возможно при условии органической связи этих сторон, их диалектического единства и взаимодействия.

Содержание курса физики высшей и средней школы включает в себя несколько разделов. В каждом из них имеется определенная совокупность задач. В методической литературе разработаны обобщенные приемы деятельности по решению задач, в частности,по механике, молекулярной физике, термодинамике, электродинамике и т.д. В качестве примера приведем обобщенные приемы решения задач по физике (табл. 1).

Анализ методической литературы приводит к заключению, что обобщенный прием решения задач - это определенная система последовательных действий, без выполнения которых не может быть получен положительный результат, разрешено противоречие между данными и искомыми величинами , представленными в содержании задачи.

Таблица I

Структура и содержание обобщенного приема решения задач

№ п/п	Автор, год издания	Структурные элементы содержания обобщенного приема решения задач
I	2	3
I	Горячкин Е.Н., 1948 [I6]	Чтение текста задачи преподавателем и разъяснение ее физического смысла; краткая запись условия; составление чертежа или рисунка к задаче; составление хода решения задачи; вычисления; "физический" анализ результата
2	Александров Д.А., Швайченко И.М., 1948 [I]	Чтение условия задачи; объяснение непонятных терминов и восстановление в памяти соответствующих понятий; предварительный анализ для выяснения ее физического смысла; краткая запись условия; установление системы единиц; установление физических закономерностей и составление соответствующих уравнений или построение чертежа; нахождение численного значения величин, определяющих искомую величину, или получение общей формулы, или производство необходимых измерений на чертеже
3	Соколов И.И., 195I [5I]	Внимательное чтение задачи и повторение ее содержания; запись в условных обозначениях содержания задачи; представление полной физической картины явления; выполнение соответствующего чертежа; выбор системы единиц, перевод данных задачи в выбранную систему и присоединение к данным задачи необходимых дополнительных данных;

Продолжение табл. I

I	2	3
		выбор законов, которым подчиняются искомые и данные величины и выражение законов формулами; решение системы составленных уравнений в буквенном виде; вычисление по окончательной формуле; присоединение к найденному числу наименования единицы, в которой выражена искомая величина; разбор возможных частных случаев задачи
4	Знаменский П.А., 1955 [23]	Чтение условия задачи; объяснение непонятных терминов и восстановление в памяти соответствующих понятий; анализ содержания задачи с целью выяснения ее физической сущности; краткая запись условия; выбор системы единиц; установление всех физических закономерностей, с которыми связано решение; решение задачи там, где это диктуется существом дела, сопровождается рисунком, чертежом, схемой, графиком; получение численного значения искомой величины; анализ окончательного ответа
5	Каменецкий С.Е., Орехов В.П., 1987 [28]	Чтение условия задачи; краткая запись условия задачи; повторение условия задачи; выполнение чертежа, схемы, рисунка; анализ условия задачи; решение задачи в общем виде; подстановка числовых значений с наименованиями в решение общего вида; выполнение вычислений; проверка и анализ ответа

I	2	3
6	Срехов В.П., Усова А.В., 1980 [42]	Чтение условия задачи; краткая запись условия задачи; выполнение чертежа, схемы, рисунка; анализ условия; решение задачи; проверка и оценка ответа
7	Гутман В.И., Мощанский В.Н., 1988 [18]	Изучение условия задачи; запись условия в буквенных обозначениях; выполнение чертежа, схемы; анализ физических процессов, происходящих в ситуации, описанной в условии, и выявление тех законов, которым подчиняются эти процессы; составление плана решения; запись уравнений законов и решение полученной системы уравнений относительно искомой величины с целью получения ответа в общем виде; исследование полученного решения в общем виде; выражение всех величин в единицах СИ; проверка решения путем действий над единицами измерения величин; подстановка числовых значений величин с наименованиями их единиц в формулу для нахождения ответа и вычисление искомой величины; оценка разумности и достоверности полученного результата

Анализ содержания табл. I показывает, что обобщенный прием решения задач состоит из основных действий (ознакомление с задачей, составление плана решения, осуществление решения, анализ результата), включающих в свою очередь операции, структура и содержание которых отличаются для каждого вида и типа задач.

Существует и другой подход к формированию обобщенного умения решать задачи по физике. В реализации этого подхода основным является создание некоторых алгоритмических предписаний (алгоритмов) для решения задач по разделам, темам курса физики. При таком подходе можно выделить основные структурные элементы деятельности.

К их числу следует отнести:

I) чтение содержания задачи ;

2) выделение в содержании задачи условия и требования (данных и искомых величин) ;

3) краткую запись условия и требования (кодирование содержания задачи) ;

4) выявление сущности физического явления или процесса ;

5) выполнение схематического рисунка или чертежа ;

6) запись основных законов или уравнений ;

7) получение решения в общем виде ;

8) проверку наименования искомой величины ;

9) вычисления ;

I0) анализ полученного ответа на вопрос задачи.

Таким образом, освоение развернутых действий через определенные операции приводит к формированию сокращенного состава действий и операций. Одним из важнейших показателей сформированности умения решать задачи выступает способность студента не только к выполнению свернутой деятельности, но и к представлению этой деятельности из совокупности выполняемых операций.

Глава 3. РОЛЬ И МЕСТО ЧУВСТВЕННОГО И РАЦИОНАЛЬНОГО В ПОЗНАНИИ

3.I. Древнегреческие мыслители о чувственном и рациональном в познании окружающего мира

Одним из центральных в теории познания является вопрос о соотношении чувственного и рационального в познании человеком действительности. В процессе становления и развития данного вопроса возникло два основных направления в теории познания: сенсуализм и рационализм. Этот вопрос не утратил своей актуальности в настоящее время. Его значимость связана прежде всего с особенностями развития современной науки. В частности, в физике на основе реальных трудностей диалектически противоречивого процесса познания сложной структуры материи понятия становятся предельно абстрактными. Ведущее место в дальнейшем проникновении в глубинные тайны материи начинает занимать математика. Не менее важен этот вопрос и для решения многих педагогических проблем, так как любой процесс познания не сводится к формированию понятий высокой степени абстракции, а необходим для объяснения явлений, сущности протекаемых процессов, для использования знаний на практике.

Первой ступенью в развитии понятий чувственного и рационального в познании окружающего мира явились взгляды древнегреческих мыслителей. Проследим развитие этого вопроса в различных философских школах Древней Греции. Основными центрами формирования передовых взглядов были города-государства Милет и Эфес. Милетские материалисты Фалес, Анаксимандр, Анаксимен искали материальную основу всех вещей и явлений в самой природе, общее и сущность рассматривали в чувственно-конкретной форме. Основатель первой философской школы Фалес (около 624-547 гг. до н.э.) первовеществом считал воду, находящуюся в бесконечном движении, из которой все в природе возникает и в нее же превращается. Ученик Фалеса Анаксимандр (около 610-546 гг. до н.э.) сделал попытку отойти от конкретно-чувственной формы материи и выдвинул за первооснову всех вещей и явлений "апейрон" - неопределенную и бесконечную материю. Единой и вечной первоосновой природы у Анаксимена (около 585-525 гг. до н.э.) был воздух, а его сгущения и разрежения означали движение явлений природы. Философские взгляды милетских мыслителей составляли единое целое с их естественнонаучными взглядами, утверждали в природе материальное начало.

Наброски основных положений материалистической теории познания впервые встречаются у выдающегося материалиста и диалектика Древней Греции Гераклита Эфесского (около 530-470 гг. до н.э.). Больше всего он доверял органам чувств: "Я предпочитаю то, что можно увидеть, услышать и изучить" [33, с. 46].Считая ощущения и восприятия первой ступенью познания, он предложил обрабатывать чувственные данные с помощью мышления. "Мышление - великое достоинство,и мудрость состоит в том, чтобы говорить истинное и чтобы, прислушиваясь к природе, поступать с ней сообразно" [33, с. 51]. Для получения истинных знаний Гераклит предложил соединить обе ступени познания.

Взгляды, противоположные учению Гераклита о познании мира, наблюдались в пифагорейской и элеатской школах. Представители этих школ исходили из идеалистического подхода к окружающей действительности. Главный представитель элеатской школы Парменид (конец УI-У вв. до н.э.) материалистическому призыву Гераклита "прислушиваться к природе" противопоставил идеалистический: не доверять зрению и "нечутким" ушам, познавать только разумом. По мнению Парменида, истинные знания можно получить только с помощью мышления. Ученик Парменида Зенон Элейский (середина У в. до н.э.), не отрицая чувственной достоверности действительности, не признавал знаний, полученных из чувственного восприятия мира. Тем не менее Зенон впервые стихийно указал, что познание действительности неизбежно ведет к противоречиям, которые находят свое выражение в понятиях.

Создатель атомистической теории строения вещества Демокрит (около 460-370 гг. до н.э.) начальной ступенью всякого познания считал ощущения. Для их объяснения он предложил наивно-материалистическую теорию "идолов" (тончайшие истечения с поверхности предметов), воздействующих на воздух, который находится перед глазами человека. Но ощущения - "темные" познания и для получения "истинного" познания необходимо вмешательство разума. Теория познания древнегреческого мыслителя носила образный характер, так как для рождения истины он "заставлял" чувства и разум спорить друг с другом. Эта теория впервые указала на ограниченность ощущений и восприятий и выдвинула высшей ступенью познания мышление.

Крупнейший представитель античного идеализма Платон (427-347 гг. до н.э.) в своей мистической теории познания выступил против материалистического учения передовых античных мыслителей. У него реально существующие вещи - это "тени" мира идей, а потому они могут дать не знание, а лишь подобие знания. Понятия у Платона существуют самостоятельно и оторваны от того, чем они являются. Заслугой мыслителя являются его идеи о роли общих понятий в познании, в то время как в идеалистической теории познания чувственное и рациональное оторваны друг от друга.

Вершиной развития философской мысли Древней Греции выступает созданная Аристотелем (384-322 гг. до н.э.) теория познания. Материалистический сенсуализм Аристотеля отчетливо проявляется в утверждении, что познание начинается от предметов, действующих на наши чувства, и приводит к законам, познаваемым нашим разумом. Для мыслителя понятия были переходным явлением от элементов чувственного образа к отвлеченно-абстрактным понятиям рационального постижения мира. В целом же проблему перехода от единичного к общему, от чувственного к рациональному ему решить не удалось, так как в своих философских воззрениях он колебался между материализмом и идеализмом. "Нет сомнения в объективности познания. Наивная вера в силу разума, в силу, мощь, объективную истинность познания. И наивная запутанность, беспомощно жалкая запутанность в диалектике общего и отдельного - понятия и чувственно воспринимаемой реальности отдельного предмета, вещи, явления", - писал В.И.Ленин [35, с. 326].

Подводя итог развитию понятий чувственного и рационального в познании, следует подчеркнуть, что мыслители Древней Греции выдвинули плодотворные идеи о познаваемости действительности человеком. Трудности, возникающие в познании единого, нерасчлененного мира, они не отождествляли с невозможностью познать окружающий мир.

3.2. Вопросы чувственного и рационального в работах философов и ученых эпохи Возрождения и ХУП-ХУШ в.

В учениях передовых философов и ученых эпохи Возрождения переплетаются элементы материализма и идеализма, возрождается стихийная диалектика древних мыслителей, получает развитие естествознание. Большую роль в истории материалистической мысли сыграл гениальный художник, выдающийся философ, ученый-естествоиспытатель и инженер Леонардо да Винчи (1452-1519). Мыслителя глубоко волновали вопросы теории познания, в которых он стремился возродить материалистический сенсуализм античных представителей Гераклита, Демокрита, Эпикура, Лукреция Кара, считая источником ощущения материальный мир, а началом познания - ощущения. "Все наше познание начинается с ощущений" [36, с. 51]. Познать истину можно только устанавливая причинную связь явлений природы при помощи опыта. "Истинная наука -

та, которую опыт заставил пройти сквозь чувства. Мысленные вещи, не прошедшие через ощущения, пусты и не порождают никакой истины, а разве только вымыслы...",- писал итальянский ученый [36, с.51].

Значительную роль в развитии теории познания, соотношении чувственной и рациональной ступеней познания сыграл выдвинутый Джордано Бруно (1548-1600) принцип сомнения. Для достижения истины он предложил три ступени познания: чувство, разум, ум. В выдвинутых итальянским мыслителем положениях прослеживается материалистический подход, но должного решения он не находит.

В этот период развитие естествознания, в частности механики, приводит к механистическому объяснению явлений действительности. Так, величайший итальянский ученый Галилео Галилей (1564-1642) предложил количественный чувственный анализ продолжать рациональной обработкой его данных, признавая безграничность человеческого познания. Все большее признание в эпоху Возрождения получает теоретическое мышление.

Следующий этап в развитии чувственного и рационального в познании связан с именами Френсиса Бэкона, Томаса Гоббса, Рене Декарта. Ф.Бэкон (1561-1626) считал, что задачей познания является построение в человеческом разуме образца мира таким, каков он есть, а не таким, как подсказывает мышление. "Человеческий разум, предоставленный самому себе, не заслуживает доверия" [9 , с. 64]. И далее он продолжал: "Недостаточность чувств двояка: они или отказывают нам в своей помощи, или обманывают нас" [9 , с. 72].

Не останавливаясь на эмпиризме, Т.Гоббс (1588-1679) соединил его с элементами рационализма. "Первое начало всякого знания - образы восприятий и воображения, о существовании которых нам достаточно известно в силу свойств нашей природы. Однако почему они существуют и откуда происходят, мы узнаем только посредством научного исследования, которое состоит в разложении предмета на его основные элементы и в соединении последних" [14, с. 104-105]. Само же рассуждение мыслитель свел к простым операциям - сложению и вычитанию.

Теории познания Ф.Бэкона и Т.Гоббса подготовили "плодородную" почву для возникновения и утверждения рационализма. Ярким представителем этого прогрессивного в то время направления явился французский ученый Р.Декарт (1569-1650). Отправной точкой его теории познания был принцип сомнения."Я стану думать, что небо, воздух, земля, цвета, формы, звуки и все остальные внешние вещи - лишь иллюзии и грезы ... Я буду считать себя не имеющим ни рук, ни глаз, ни тела, ни крови, не имеющим никаких чувств, но ошибочно уверенным в обладании всем этим", - писал Р.Декарт [20, с. 340]. Основной девиз его теории познания ("я мыслю, следовательно, я существую") в конечном итоге идеалистичен, так как приводит Декарта к отрицанию материального мира. В то же время он впервые делает попытку объяснить психические явления ("животные духи", рефлекс). Разрешить этот вопрос он не смог, потому как не видел качественного различия между живой и неживой природой. В рационализме Декарта прослеживается мысль о всемогуществе человеческого разума: "Чувства никогда не могут убедить нас в чем-либо, если не вмешается наш разум" [20, с. 654].

Рационализму Декарта Пьер Гассенди (1592-1655) противопоставил эпикурейский материализм: "Чувство - это первый критерий, на который должны опираться другие" [11, с. 119]. Признавая первостепенное значение чувственного познания, он вводит в свое учение рациональный момент - "предварительное понятие". "Под антиципацией, или предварительным понятием, я разумею нечто запечатленное разумом, соответствующее вещи мнение, или же, наконец, укоренившееся в уме понимание, существующее как память или напоминание о той вещи, которая особенно часто являлась вовне (и представление о которой разум каким-либо из изложенных способов в себе преобразовывал)" [11, с. 129-130]. Таким образом, его теория познания сокращает разрыв между чувственным и рациональным в познании.

Значительный интерес представляет теория познания, выдвинутая голландским материалистом Бенедиктом Спинозой (1632-1677). Она включила в себя три ступени познания: чувственное познание ("мнение" или "воображение"), дающее недостаточное знание; рассудочное (рассудок), оперирующее общими понятиями; интуитивное (интуиция) - высший род познания, проявление рациональных способностей человека. Для Спинозы разум являлся источником и критерием истинности познания, а чувственное познание выступало как разобщенная способность человеческого ума.

Основателем сенсуалистического направления в познании мира был английский мыслитель Джон Локк (1632-1704). У него "душа" (разум) человека при рождении есть "*tabula rasa*" (чистая доска) и ее заполнение происходит при жизни и чувственной деятельности человека. "Душа есть, так сказать, белая бумага без всяких знаков и идей... Откуда получает она весь материал рассуждения и значения? На это я отвечаю одним словом: из опыта. На опыте основывается все наше знание, от него в конце концов оно происходит" [40, с. 128]. Д.Локк пытался понять проблему психической деятельности человека на основе эмпиризма, и в этом его заслуга.

Английский епископ Джордж Беркли (1684-1753) довел до абсурда идеалистические элементы эмпиризма и сенсуализма Д.Локка и выступил "не за превращение вещей в представления, а скорее представлений в вещи" [3, с. 102]. Он писал: "Я вижу эту вишню, я осязаю ее, я пробую ее, она реальна. Устрани ощущение мягкости, влажности,красноты,терпкости - и ты уничтожишь вишню ... Вишня, я утверждаю, есть не что иное, как соединение чувственных впечатлений или представлений, воспринимаемых разными чувствами; эти представления объединяются в одну вещь (или имеют одно данное им имя) умом, ибо каждое из них наблюдается в сопровождении другого" [3, с. 108]. У Беркли ощущения не имеют материального источника, так как "вещи ... суть представления не могут существовать вне ума; их существование поэтому состоит в том, что они воспринимаются" [3, с. 84].

Таким образом, в подходе к познанию окружающего мира были выдвинуты две тенденции: сенсуалистическая, представителями которой явились Ф.Бэкон, Т.Гоббс, Д.Локк, и рационалистическая во главе с Р.Декартом, Б.Спинозой и Г.Лейбницем. Абсолютизировав чувственное и рациональное, они изолировали друг от друга две необходимо и неразрывно связанные ступени познания окружающего мира.

3.3. Французские просветители и представители немецкой классической философии о чувственном и рациональном в познании

Представители философской мысли во Франции Кондильяк, Ламетри, Дидро, Гельвеций, Гольбах продолжили развитие двух направлений материализма, одно из которых берет начало от Декарта, другое - от Локка. Знаменитая статуя Этьена Бонно де Кондильяка (1715-1780), наделенная им ощущениями и признающая объективный мир, не способна познать его, так как познавательную деятельность французский сенсуалист свел к чистой чувственности, объявляя духовные способности человека превращенными ощущениями. "Все наши знания происходят из чувств... Идеи тем проще, чем они менее абстрактны и чем они ближе к чувствам; и что, наоборот, они тем сложнее, чем они дальше от чувств и чем они становятся более абстрактными" [31, с. 7].

У Жюльена де Ламетри (1700-1751) единственным источником познания мира выступают ощущения. "Нет более надежных руководителей, чем наши чувства. Они являются моими философами. Сколько бы плохого о них не говорили, одни только они могут просветить разум в поисках истины; именно к ним приходится всегда восходить, если всерьез стремиться ее познать" [34, с. 45].

У Дени Дидро (1713-1784) "все сводится к тому, чтобы от чувств переходить к размышлению, и от размышления - к чувствам "[21, с. 18] "В нашем распоряжении имеются три главных способа изучения: наблюдение природы, размышление и опыт. Наблюдение собирает факты, размышление комбинирует их, опыт проверяет результаты комбинаций... Истинный метод философствования заключался и, вероятно, будет заключаться в том, чтобы приходить на помощь разумом разуму, разумом и опытом - чувствам, приспосабливать чувства к природе, пользоваться природой для изобретения инструментов, инструментами - для исследований и усовершенствования ремесел...",- писал Д.Дидро [21, с. 23-24].

Для Поля Анри Дитриха Гольбаха (1723-1780) органы чувств - "единственные пути, через посредство которых мы получаем ощущения, восприятия и идеи... Эти последовательные модификации нашего мозга, вызываемые предметами, воздействующими на наши органы чувств, становятся сами причинами и производят в душе новые модификации, которые называются мыслями, размышлениями, памятью, воображением, суждениями, желаниями, действиями и которые все имеют в основе ощущения" [15, с. 69].

Французские материалисты, отмечая решающую роль чувственного опыта в познании, вплотную подошли к диалектическому единству чувственного и рационального в познании, но разрешить этот важный вопрос не смогли.

Представители немецкой классической философии явились создателями абстрактных, оторванных от практической жизни систем, имеющих два основных направления в лице Канта и Гегеля, с одной стороны, и Фейербаха-с другой. Познание по Иммануилу Канту (1724-1804) проходит три ступени: чувственное созерцание, анализирующий рассудок, разум - высшая ступень познания. "Наша природа такова, что созерцания могут быть только чувственными, т.е. содержат в себе лишь способ, каким предметы воздействуют на нас. Способность же мыслить предмет чувственного созерцания есть рассудок. Ни одну из этих способностей нельзя предпочесть другой. Без чувственности ни один предмет не был бы нам дан, а без рассудка ни один нельзя было бы мыслить. Мысли без содержания пусты, созерцания без понятий слепы",- писал И.Кант в "Трансцендентальной логике"[29, с. 155]. Для немецкого философа чувственное созерцание и анализирующий рассудок неразрывно связаны между собой. "Существует два основных ствола человеческого познания, вырастающие, быть может, из одного общего, но неизвестного нам корня, а именно чувственность и рассудок: посредством чувственности предметы нам даются, рассудком же они мыслятся" [29 , с. 123-124]. Немецкий философ, понимая ограниченность чувственного познания, стремился найти то третье, которое сочетало бы чувственное и рациональное. "Должно существовать нечто третье, однородное, с одной стороны, с категориями, а с другой - с явлениями и делающее возможным применение категорий к явлениям. Это посредствующее представление должно быть чистым (не заключающим в себе ничего эмпирического) и тем не менее, с одной стороны, интеллектуальным, а с другой - чувственным" [29, с. 221]. Таким образом, он не смог преодолеть односторонности сенсуализма и рационализма, а только механически соединил их, пришел к раздвоению мира на явления и "вещи в себе".

Единственными законами развития окружающего мира, природы и общества великий немецкий мыслитель Георг Вильгельм Фридрих Гегель (1770-1801) считал законы логики, законы нашего мышления. "Было бы превратно понимать, что сначала предметы образуют содержание наших представлений и что уже затем привходит наша субъективная деятельность, которая посредством вышеупомянутой операции абстрагирования и соединения того, что обще предметам, образует их понятия. Понятие, наоборот, есть истинно первое, и вещи суть то, что они суть, благодаря деятельности присущего им и открывающегося в них понятия",- писал Гегель [12, с. 270]. Мышление для него превращается в сверхчеловеческую, сверхприродную сущность и чтобы "узнать, что в вещах истинно, одного лишь внимания недостаточно - для этого необходима наша субъективная деятельность, преобразующая непосредственно существующее" [12 , с. 50]. Для Гегеля чувственное познание выступает как ступень, но не как способ познания действительности, материальный мир проходит у него не через чувственное восприятие, а через мир идей.

Диаметрально противоположную точку зрения высказал Людвиг Фейербах (1804-1872). "Чувствами читаем мы книгу природы, но понимаем ее не чувствами",- писал немецкий философ [58, с. 272]. И далее он продолжал: "Мышление, дух, разум по содержанию не говорят ничего другого, кроме того, что говорят чувства, они лишь говорят мне в связи то, что чувства говорят раздробленно, раздельно,- в связи, которая именно в силу этого и является, и называется разумом. Мыслить - это прежде всего значит воспринимать многое, разнородное и облекать его в соответствующие формы понятий" [58 , с.271-272]. Вместе с тем он не смог увидеть активного, преобразующего значения мышления в познании мира.

В диалектической логике процесс познания рассматривается как единство чувственного, рационального и практического. В работах психологов Б.Г.Ананьева, А.В.Запорожца, Е.Н.Кабановой-Меллер, Б.Ф.Ломова, Н.А.Менчинской, К.К.Платонова, С.Л.Рубинштейна доказано, что восприятие связано с теоретическим мышлением и оперированием образом.

3.4. Наглядный образ в структуре познания

Понятие образ является одним из основных в теории познания и включает в себя в неразрывном единстве чувственное (лат. sensus - чувство) и рациональное (лат. rationalis - разумное). Основные черты и функции познавательного образа, творческие аспекты его формирования осмыслены в трудах А.А.Ветрова, Э.В.Ильенкова,А.М.Коршунова, А.В.Славина, В.С.Тюхтина, В.А.Штоффа. Под образом в общегносеологическом плане понимается "любой дискретный элемент знания, несущий информацию о некотором классе объектов" [49 , с. 15]. В человеческом знании существует совокупность образов, различных по способу построения и по характеру предметного содержания. Образы можно расчленить на чувственно-наглядные и рациональные (понятийные). Чувственно-наглядные образы, отражающие свойства предметов действительности, возникают непосредственно при воздействии на анализаторы человека и существуют в виде образов ощущения, восприятия и представления. Понятийные образы, отражающие наиболее общие и существенные стороны, связи и отношения объективного мира, непосредственно недоступные органам чувств, раскрываются средствами абстрактного мышления в процессе общественной практики. В чистом виде чувственных и понятийных образов не существует. Они всегда находятся в диалектическом единстве, взаимосвязи и взаимоотношении.

В процессе решения задач с использованием средств технической наглядности или графических задач у обучаемых постоянно формируются чувственно-логические (наглядные) образы, осуществляющие регуляцию поиска стоящей перед ними задачи. При этом чувственная сторона как бы освещается смысловым содержанием. "Чувственное содержание образа становится носителем смыслового содержания" [49 , с. 78]. Логическое, рациональное мышление включается в наглядный образ в "снятом виде", так как любой сигнал, воспринятый органами чувств, оставляет в мозгу, обладающем большой пластичностью, "след" в виде электрохимических процессов в нервных клетках. Мозг человека, воспринимая огромное количество внешних сигналов, способен создавать бесчисленное количество нервных связей. Центральная нервная система отбирает и фиксирует информацию, перерабатывает и преобразует поступающие сигналы, направляет свою деятельность на выделение отличительных признаков предмета.

По мнению Б.Г.Ананьева, представления, связанные с наиболее существенной стороной деятельности, являются устойчивыми, целостными, точными. С.Л.Рубинштейн считал, что представления в этом случае способствуют мышлению, наталкивают мысль на решение задачи, закрепляют отдельные этапы, помогают следить за сложным ходом мысли. Отбор и упорядочение информации при создании образа зависят от стоящей перед человеком задачи и имеют объективное значение для практической деятельности. Под влиянием абстрактного мышления в результате переработки поступающей в мозг человека информации образ становится носителем рационального знания. На этом этапе происходит образование понятий, которые выступают как "обобщенный умственный образ" [55 , с. 46].

При решении графических задач и задач, в содержании которых представлена техническая наглядность, происходит обобщение существенных признаков объектов, то есть, по мнению Д.Н.Богоявленского и Н.А.Менчинской, возникают практические обобщения. Затем идет "перевод" практических обобщений в словесно-понятийный план. Тем не менее важно заметить, что абстракции (понятия, категории) при этом сохраняют непосредственную или опосредованную связь с чувственным источником знания [5, 41].

Специальное изучение проблемы слова и средств наглядности как в психологическом, так и общедидактическом плане было проведено под руководством Л.В.Занкова. Во взаимоотношении наглядности и слова находит свое выражение взаимодействие двух сигнальных систем.

В структуре подготовки инженера-педагога большое значение имеет использование графических задач и задач с производственно-техническим содержанием при изучении предметов естественнонаучного цикла дисциплин. Вместе с тем проведенный анализ методической литературы, а также диссертационных исследований дает основание заключить, что недостаточное отражение в них нашла проблема использования таких задач и методика их решения.

Глава 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

4.1. Графическая задача, ее место и роль при обучении физике

Графический метод, являясь одним из общих методов научного познания, играет существенную роль в практической деятельности человека. Достижение определенных результатов в познании осуществляется на основе работы с графиками. Графический метод отличается наглядностью и простотой выполнения вычислений. При этом он выполняет определенные функции в воспитательном процессе. К числу таковых могут быть отнесены следующие: обучающая, развивающая, управляющая функции.

Обучающая функция является средством передачи и практического применения знаний, формирования умений. Развивающая функция предполагает формирование абстрактного, логического и технического мышления. Предназначение управляющей функции состоит в контроле и проверке полноты усвоения знаний и сформированности умений.

Обучение учащихся и студентов графическому методу осуществляется при решении графических задач. Под графической задачей следует понимать такую задачу, в которой условие или нахождение ответа на поставленный вопрос предполагает использование графического метода. Классификация графических задач, применяемых в учебном процессе, представлена на рис. 7.

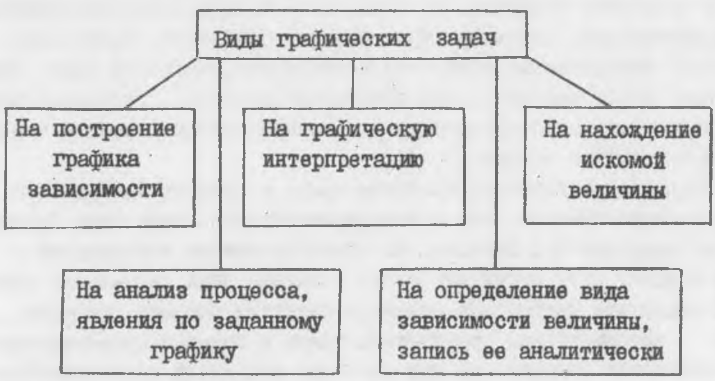


Рис. 7. Классификация графических задач

Особенностью любой графической зависимости является ее статико-динамический характер. Суть его заключается в том, что каждая отдельно взятая точка графика отражает состояние величины (статика), а совокупность точек графика выражает переход величины от одного значения в другое (динамика). Другой, не менее важной характеристикой графика является его наглядный образ, который несет информацию об объективно существующем явлении или процессе.

К графическим задачам предъявляются определенные требования: научность, доступность, минимальность числа переменных, рациональность и эстетичность.

Дадим краткую характеристику каждого из перечисленных требований. Научность состоит в том, что графическая зависимость должна объективно отражать существующую закономерность между величинами, представленными на графике. Доступность выражается в возможности выявления и оценки тех графических зависимостей, которые предъявлены обучаемым. Минимальность требует ограничения числа переменных, для которых строится графическая зависимость. Рациональность предполагает удобный выбор координатных осей и масштаба для данной зависимости величин. Эстетичность состоит в аккуратном, четком и точном изображении графика.

Графические умения, полученные студентом при изучении математики и физики, становятся востребованными при изучении предметов технического и инженерного характера. Они являются одним из важнейших показателей профессиональной подготовки будущего инженера-педагога.

4.2. Методика решения графических задач

Для успешного овладения умением решать графические задачи у учащихся школ и ПТУ, а также у студентов вузов должны быть сформированы структурные элементы деятельности. Для того, чтобы сформулировать общие закономерности решения таких задач, рассмотрим примеры решения некоторых типовых задач школьного и вузовского курса физики.

Задачи на построение графической зависимости между величинами

Задача 9. Движение двух велосипедистов задано уравнениями: $x_1 = 5t$, $x_2 = 150 - 10t$. Найти время и место их встречи. Задачу решить графически.

Дано:

равномерное прямолинейное движение двух велосипедистов:

$x_1 = 5t$;

$x_2 = 150 - 10t$

t - ? x - ?

Анализ содержания задачи и решение

Движение первого велосипедиста происходит с постоянной по величине скоростью $v_{1x} = 5$ м/с; движение второго велосипедиста равно $v_{2x} = -10$ м/с. Второй велосипедист имеет начальную координату $x_0 = 150$ м и движется в сторону, противоположную оси OX (рис. 1).

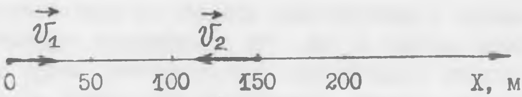


Рис. I

Построим график зависимости $x(t)$ (рис. 2) для движения каждого велосипедиста, используя данные таблицы.

Таблица

t, с	x_1, м	x_2, м
0	0	150
5	25	100
10	50	50
15	75	0

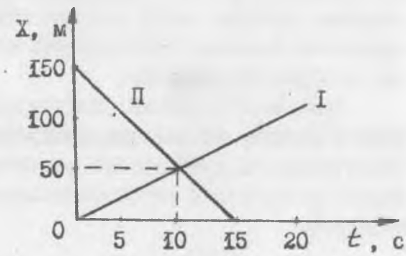


Рис. 2

Из пересечения графиков получаем $t = 10$ с; $x = 50$ м.

Ответ: $t = 10$ с; $x = 50$ м.

Задача 10. На рис. 1 представлен график зависимости $p = f(V)$. Вычертить графики зависимости $p = f(T)$ и $V = f(T)$. Как изменялись давление и объем газа при переходах $1 \to 2$, $2 \to 3$, $3 \to 4$, $4 \to 1$?

Дано:

идеальный газ

$p = f(V)$

Построить графики $p = f(T)$, $V = f(T)$. Как изменялись давление и объем газа?

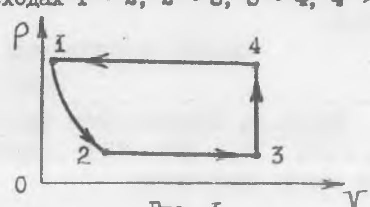


Рис. 1

Анализ содержания задачи и решение

Запишем параметры газа в различных состояниях: в состоянии I – p_1, V_1, T_1; 2 – p_2, V_2, T_1; 3 – p_2, V_3, T_2; 4 – p_1, V_3, T_3.

Рассмотрим последовательно переходы газа из одного состояния в последующее. Переход I $\longrightarrow$ 2 соответствует изотерме (T_1 – const). Объем газа увеличивается ($V_2 > V_1$), давление газа уменьшается ($p_2 < p_1$). Переход газа 2 $\longrightarrow$ 3 представляет изобарический процесс (p_2 – const). При этом объем газа увеличивается ($V_3 > V_2$), следовательно, увеличивается температура ($T_2 > T_1$). Переход газа 3 $\longrightarrow$ 4 соответствует изохоре (V_3 – const). Давление газа увеличивается ($p_1 > p_2$), значит, увеличивается и температура ($T_3 > T_2$). Переход газа 4 $\longrightarrow$ I соответствует изобаре (p_1 – const). При этом объем газа уменьшается ($V_1 < V_3$), что означает и уменьшение температуры ($T_1 < T_3$).

Построим графики зависимости $p = f(T)$ (рис. 2) и $V = f(T)$ (рис. 3).

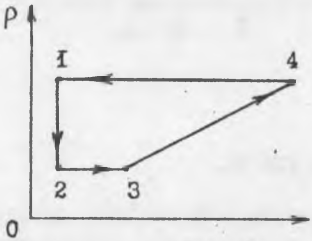


Рис. 2

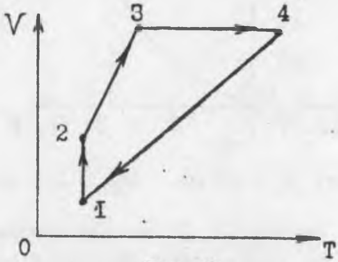
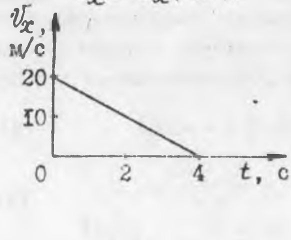


Рис. 3

Задачи на нахождение искомой величины

Задача II. Пользуясь графиком зависимости $v_x = f(t)$ (рисунок), описать вид движения, вычислить ускорение и написать уравнение $v_x = v_x(t)$.



Анализ содержания задачи и решение

Из графика (рисунок) видно, что движение материальной точки будет равнозамедленным, так как значения скорости убывают с течением времени. Начальная скорость была равна $v_0 = 20$ м/с.

Вычислим значение ускорения a : $a_x = \dfrac{v_x' - v_{0x}}{t}$,

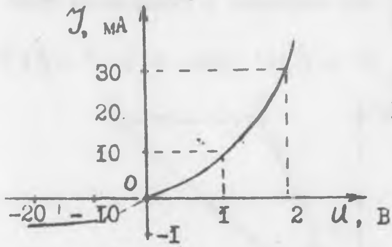
$$a_x = \frac{0 - 20}{4} = -5 \text{ м/с}^2, \quad a = |a_x| = 5 \text{ м/с}^2.$$

Отсюда $v_x = 20 - 5t$.

Ответ: $a = 5$ м/с^2, $v_x = 20 - 5t$.

Задача 12. На рисунке приведена вольт-амперная характеристика полупроводникового диода. Определить ток, текущий в прямом направлении, при напряжении 2 В, ток, текущий в обратном направлении при напряжении 20 В. Чему равно внутреннее сопротивление диода при напряжении 1 В?

Дано:



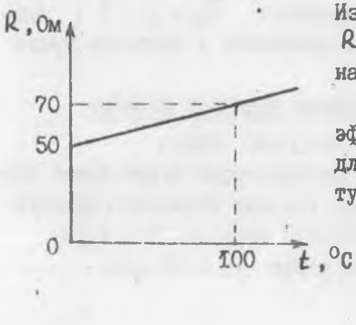
Анализ содержания задачи и решение

Из графика видно, что при $U_1 = 2$ В $J_1 = 30$ мА; при $U_2 = -20$ В $J_2 = 0{,}5$ мА. Внутреннее сопротивление равно $R = 100$ Ом.

Ответ: $J_1 = 30$ мА, $J_2 = 0{,}5$ мА, $R = 100$ Ом.

Задача 13. По данным графика зависимости сопротивления проводника от температуры (рисунок) определить температурный коэффициент сопротивления.

Дано:



Анализ содержания задачи и решение

Из графика видно, что $R_0 = 50$ Ом, $R = 70$ Ом. Проводник при этом нагрелся на $\Delta t = 100$°C.

Для определения температурного коэффициента сопротивления запишем формулу для зависимости сопротивления от температуры

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta t), \qquad (1)$$

$$\alpha = \frac{R - R_0}{\Delta t}, \qquad (2)$$

$$\alpha = \frac{70 - 50}{100} = 0{,}2 \text{ K}^{-1}.$$

Ответ: $\alpha = 0{,}2$ K^{-1}.

Задачи на графическую интерпретацию

Задача 14. Автомобиль шел первые 5 мин равноускоренно и достиг при этом скорости 36 км/ч, затем шел 10 мин равномерно, а затем – 5 мин равнозамедленно до остановки. Представьте на графике зависимость скорости движения автомобиля от времени $V = f(t)$.

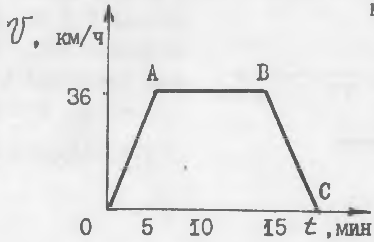
Дано:

$t_1 = 5$ мин
$V = 36$ км/ч
$t_2 = 10$ мин
$t_3 = 5$ мин

$V = f(t)$ – ?

Анализ содержания задачи и решение

На рисунке представлена скорость движения автомобиля от времени.



Участок графика OA соответствует равноускоренному движению автомобиля, AB – равномерному движению, BC – равнозамедленному движению.

Задача 15. Лед, находящийся в сосуде при температуре –10 °С, был превращен в пар при температуре 100 °С. Представьте на графике процесс получения пара из льда в координатах $t = f(\tau)$.

Дано:

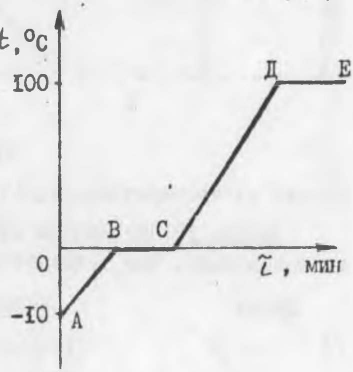
$t_1 = -10$ °С
$t_2 = 100$ °С

$t = f(\tau)$ – ?

Анализ содержания задачи и решение

На рисунке представлен график зависимости $t = f(\tau)$.

Участок графика AB – процесс нагревания льда от –10°С до 0 °С, участок BC – процесс плавления льда и получения воды при температуре 0 °С, СД – процесс нагревания воды от 0 °С до 100 °С, ДЕ – процесс парообразования воды при постоянной температуре 100 °С.



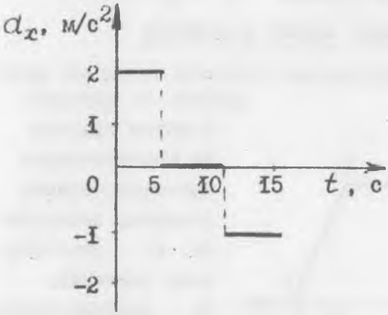
Для превращения льда в пар необходимо подвести некоторое количество теплоты Q, равное

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 .$$

Задачи на анализ процесса, явления по заданному графику

Задача 16. На рисунке представлен график зависимости проекции ускорения автомобиля. Объясните, как двигался автомобиль.

Дано:



Анализ содержания задачи и решение

Автомобиль первые 5 с двигался равноускоренно ($a_x > 0$), затем 5 с-равномерно ($a_x = 0$), в следующие 5 с он двигался равнозамедленно ($a_x < 0$). Найдем значения ускорений в каждом случае:
$a_1 = a_{1x} = 2$ м/с^2, $a_2 = 0$,
$a_3 = |a_{3x}| = 1$ м/с^2.

Ответ: $a_1 = 2$ м/с^2, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$ м/с^2.

Задача 17. Объясните, какие изопроцессы изображены на графиках (рис. 1, а, б, в).

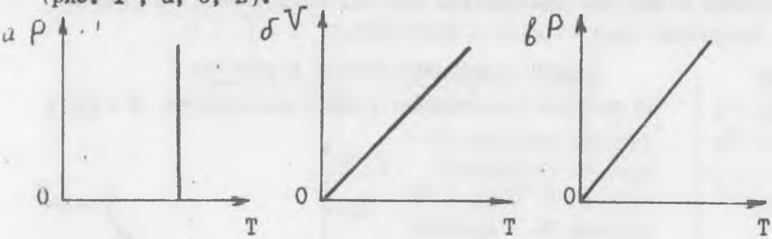
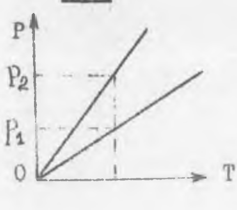


Рис. 1

Ответ: а) изотермический; б) изохорный; в) изобарный.

Задача 18. На рисунке представлены две изохоры для одной и той же массы газа. Чем отличаются друг от друга эти графики?

Дано:



Анализ содержания задачи и решение

Газ нагревается изохорно в сосудах разного объема. Из графика видно, что при большем давлении объем газа должен быть меньше и наоборот. Это можно проверить аналитически. Для этого достаточно записать уравнение состояния идеального газа

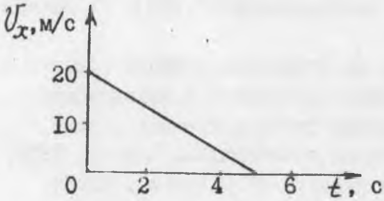
$\frac{PV}{T} = const$ или $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$. Отсюда следует, что более высокое давление в том сосуде, объем которого меньше ($P_2 > P_1$, $V_1 > V_2$).

Ответ: при большем давлении объем газа меньше.

Задачи на определение вида зависимости величины, запись ее аналитически

Задача I9. По заданному на рисунке графику написать уравнение $v_x = f(t)$.

Дано:



Анализ содержания задачи и решение

Из графика видно, что за время t = 5 с скорость материальной точки уменьшилась с v_0 = 20 м/с до v = 0. Следовательно, материальная точка двигалась равнозамедленно. Найдем ускорение:

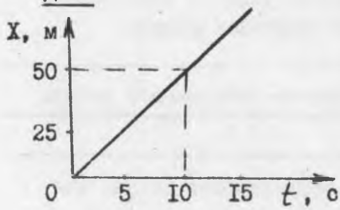
$$a_x = \frac{0 - 20}{5} = -4 \text{ м/с}^2, \quad a = 4 \text{ м/с}^2.$$

Уравнение для проекции скорости в общем виде: $v_x = v_{0x} + a_x t$; для нашего случая: $v_x = 20 - 4t$.

Ответ: $v_x = 20 - 4t$.

Задача 20. На рисунке приведен график движения велосипедиста. Написать уравнение движения $x = f(t)$.

Дано:



Анализ содержания задачи и решение

Движение велосипедиста является равномерным, так как его координата изменяется со временем по линейному закону. Уравнение координаты в общем виде записывается $X = X_0 + v_x t$, где $X_0 = 0$, а $v_x = 5$ м/с. Отсюда $X = 5t$.

Ответ: $X = 5t$.

4.3. Физические задачи с производственно-техническим содержанием

В методической литературе нет единого мнения по определению и выделению задач с производственно-техническим содержанием. Еще В.В.Лермантов в 1907 г. указал на то, чтобы учащиеся упражнялись в мышлении, "основанном на законах физики, не отвлекались трудностями математическими, а при прохождении второго концентра задачи должны иметь характер расчетов, необходимых при составлении технических проектов и основанных на данных физических законов" [38, с. 52]. В ряде дидактических и методических работ авторы называют такие задачи "задачами с техническим содержанием" [46, 50,62],"с производственно-техническим содержанием"[50],"с технико-производственным содержанием" [8] , "задачами технической направленности" [62], "задачами с политехническим содержанием" [20].

В 1950-е гг. широкое обсуждение на страницах журнала "Физика в школе" вызвали вопросы и задачи с производственным и техническим содержанием [4, 22, 26, 32]. В это время рассматривались задачи и вопросы с использованием железнодорожной тематики(А.С.Иванов, 1952, 1958), задачи о сельскохозяйственной технике (Г.Н.Костин, 1953), практические задачи по электричеству (Н.И.Мельниченко, 1952), экспериментальные задачи с производственным содержанием (И.В.Попов, Ю.М.Мамонтова, 1955), физические задачи по материалу экскурсии к автомобилю (Ф.М.Петров, 1955), задачи по электролизу с техническим содержанием (И.К.Турышев, 1956).

Проследим, как рассматривался вопрос целесообразности использования таких задач в учебном процессе по физике (табл. 2).

Таблица 2

Обзор состояния проблемы использования задач с производственно-техническим содержанием при изучении физики

№ п/п	Автор, год издания	Содержание выполненной работы
1	2	3
1	Лермантов В.В., 1907 [38]	Предложил использовать задачи для составления технических проектов
2	Горячкин Е.Н., 1948 [16]	Выделил задачи для ознакомления с элементами технических расчетов

Продолжение табл. 2

I	2	3
3	Казаченко А.С., 1948 [26]	Указал, что привнесение технических задач в курс физики способствует ознакомлению учащихся с элементами техники, техническими терминами и условиями применения техники
4	Александров Д.А., Швайченко И.М., 1948 [1]	Обосновали необходимость использования производственных задач, числовые данные в которых должны соответствовать реальной действительности
5	Соколов И.И., 1951 [51]	Отметил, что подбор задач с техническим содержанием содействует осуществлению принципа политехнизма ; выделил признак истинно технической задачи
6	Костерева Т.Н., 1953 [32]	Отметила, что в задаче с производственным содержанием вычисление физической величины связано с ознакомлением с производственными установками, механизмами и процессами
7	Знаменский П.А., 1955 [23]	Выделил задачи с техническим и производственным содержанием, обосновал необходимость их схематизации и систематизации
8	Блудов М.И., 1956 [4]	Выполнил анализ задачи с техническим содержанием, указал ее отличие от технической задачи
9	Жиянова О.П., 1957 [22]	Сформулировала требования к задаче с техническим содержанием
10	Юськович В.Ф., Резников Л.И., Енохович А.С., 1957 [62]	Предложили подбор задач с техническим содержанием по каждому разделу курса физики с использованием числовых данных различных машин и приборов

Окончание табл. 2

1	2	3
11	Резников Л.И., Перышкин А.В., Знаменский П.А., 1965 [46]	Определили задачу с техническим содержанием как содействующую ознакомлению учащихся с основами современного производства, сформулировали требования к такой задаче
12	Орехов В.П., Усова А.В. и др., 1980 [42]	Выделили задачу с политехническим содержанием, дали определение такой задачи
13	Бугаев А.И., 1981 [8]	Рассмотрел возможность использования задач с технико-производственными данными
14	Бинешек Х., Варга Я., Вюншман М. и др., 1985 [50]	Проанализировали успешность применения задач с техническим содержанием

Не подлежит сомнению то, что правомерно выделять задачи с производственно-техническим и политехническим содержанием. Каждый из этих видов задач выполняет определенные функции в учебном процессе. Выделенные задачи находятся во взаимосвязи и взаимоотношении друг с другом, и только использование их в единстве обеспечивает эффективность данного средства обучения.

В задаче с производственно-техническим содержанием описывается, как правило, ситуация, связанная с конкретным техническим объектом или определенным технологическим процессом какой-либо отрасли производства. Задача с политехническим содержанием предполагает формирование у обучаемых политехнического кругозора, способствует ориентации во всей структуре и отраслях современного производства и окружающей жизни. "Задача с политехническим содержанием" - понятие родовое по отношению к понятию "задача с производственно-техническим содержанием", но видовое по отношению к понятию "задача".

Под физической задачей с производственно-техническим содержанием следует понимать такую задачу, в процессе решения которой предполагается выявление физической сущности технических объектов и технологических процессов, их взаимосвязи и взаимодействия.

Содержанием такой задачи является физическое явление или закон, положенный в основу действия механизмов, машин, автоматических устройств техники и технологии производства, являющийся предметом изучения технических и специальных дисциплин в программе подготовки инженера-педагога. Предметом в задаче с производственно-техническим содержанием выступает технический объект. Технический объект представляет собой единство состава, структуры, сущностных характеристик и внешних связей. Восприятие его обучаемыми осуществляется с этих же позиций. Интересный подход к анализу технического объекта предложен Ю.С.Тюнниковым [54]. Технический объект раскрывается с позиций компонентного, структурного, сущностного, интегративного и прогнозного анализа.

В процессе решения физических задач целесообразно рассматривать технический объект на основе анализа всех его сторон. Компонентный анализ направлен на выявление общего назначения и структурно-конструктивного состава изучаемого объекта. Структурный анализ нацелен на определение функционального назначения, принципа действия и практического применения описанного в задаче объекта. Наиболее интересен сущностный анализ, предназначенный для выяснения естественнонаучной основы функционирования технического объекта. Целесообразно этот вид анализа проводить при изучении технических и специальных дисциплин. В рамках интегративного анализа устанавливается взаимосвязь изучаемого объекта с другими. На этом этапе происходит овладение студентами социально-экономическими и экологическими основами современного производства. Прогнозный анализ направлен на дальнейшие перспективы развития техники и технологии в рамках получаемой студентами профессии.

Немаловажное значение приобретает проблема отбора материала для постановки задач с производственно-техническим содержанием. Ряд исследователей (Азибаева К.В., Акулинин В.А., Атутов П.Р., Бакиева М.А., Блудов М.И., Глазунов А.Т., Гольденштейн Г.А., Калюга С.У., Кочетова В.А., Масленников М.Ф., Мирзахмедов Б.М., Сманцер А.П., Ставский П.И., Харченко Е.Г.) в диссертационных работах выделяют критерии отбора материала для его использования в учебном процессе по физике в средней школе. В выполненных диссертационных исследованиях не нашла должного решения проблема отбора материала для его изучения в курсе общей физики высших учебных заведений. Особую актуальность эта проблема приобретает в процессе подготовки специалистов при многоуровневой системе высшего образования. Для успешного применения задач с производственно-техническим содержанием в структуре профессионального становления инженера-педагога следует выполнять определенные дидактические условия. К числу таковых можно отнести:

- обеспечение органической связи изучаемого программного материала по физике с техническим и производственно-техническим;
- практическую значимость отбираемого технического и производственно-технического материала в получаемой студентом специальности и специализации;
- учет инвариантной и вариативной составляющих отбираемого технического и производственно-технического материала;
- систематичность и последовательность его применения в учебном процессе по физике.

4.4. Методика решения задач с производственно-техническим содержанием

Для решения вопроса о том, какому способу деятельности по решению задач с производственно-техническим содержанием отдать предпочтение, сделаем попытку их классификации. Единой классификации задач с производственно-техническим содержанием в настоящее время в методической литературе не существует. Однако на основе анализа дидактической и методической литературы и учебного процесса по естественнонаучным дисциплинам эти задачи могут быть классифицированы по характеру знаний, дидактической цели, способу задания содержания задачи, по степени трудности и основному способу решения. Так, по характеру физических знаний эти задачи могут быть на объяснение одного физического явления или закона, по определенной теме или разделу, по нескольким разделам изучаемого курса, межпредметного содержания. По способу задания содержания следует выделить задачи текстовые, графические, экспериментальные, с элементами технической наглядности, с данными технического паспорта, с табличными данными.

Анализ литературы позволяет выделить два основных направления в решении таких задач: алгоритмический и эвристический. В процессе решения задачи на определенных ее этапах преобладает либо тот, либо другой способ. Основываясь на теории поэтапного формирования умственных действий, разработана структура алгоритма решения задач с производственно-техническим содержанием (табл. 3).

Таблица 3

Структура процесса решения физических задач с производственно-техническим содержанием

Действия	Операции	Содержание операций
1	2	3
Ознакомление с задачей	Ориентирование	Чтение условия задачи, выделение в ней технического объекта или технологического процесса
	Планирование	Выделение способа задания технического объекта или технологического процесса
	Исполнение	Рассмотрение схематического рисунка или чертежа, поясняющего условие задачи, запись данных и искомых величин
	Контроль	Воспроизведение содержания задачи по ее рисунку или чертежу, по записи данных и искомых величин
Составление плана решения задачи	Ориентирование	Выявление раздела, темы курса, системы знаний, которые объясняют явление заданной ситуации
	Планирование	Выявление возможных путей разрешения требования задачи
	Исполнение	Определение рационального подхода (метода) решения
	Контроль	Проверка целесообразности решения отобранными средствами
Осуществление решения задачи	Ориентирование	Выявление физической сущности, положенной в основу действия технического объекта; указание основных деталей и узлов; указание области практического применения
	Планирование	Запись формул или уравнений

1	2	3
	Исполнение	Получение решения в общем виде, построение умозаключения с целью разрешения вопроса задачи ; объяснение принципа действия технического объекта или сущности технологического процесса
	Контроль	Перенос знаний и умений, полученных при решении задачи, на объяснение физической основы устройства, принципа действия других технических объектов или технологических процессов
Проверка полученного решения задачи	Ориентирование	Анализ полученного результата
	Планирование	Выбор метода проверки результата
	Исполнение	Осуществление проверки результата
	Контроль	Определение возможности получения результата другими способами

Мыслительная деятельность при решении такого вида задач представляет собой многообразную по своим формам деятельность, которая состоит из различных операций и процессов (абстракция, сравнение, анализ, синтез, аналогия, индукция, дедукция, обобщение). К основным из них относятся анализ и синтез. Анализ представляет собой мысленное расчленение предмета, явления на составляющие его части и выделение существенных признаков, свойств, элементов. Синтез, вскрывая существенные связи и отношения между элементами, способствует восстановлению целого, расчлененного анализом. Безусловно, можно говорить только о превалировании той или иной мыслительной операции при выполнении определенных действий, так как разграничивать их не представляется возможным. Они существуют в единстве, определенной взаимосвязи, и в процессе решения задач проявляется целостная аналитико-синтетическая деятельность.

В содержании задачи зафиксированы отдельно данные и искомые физические величины, и в их соотношении и последующем разрешении заключается мыслительный процесс решения задачи. Исходным при решении выступает синтетический акт, представляющий соотношение между условием и требованием. Анализ же совершается в рамках этого соотношения через синтез. С физиологической точки зрения основой этого процесса является формирование определенной системы условных временных связей. При восприятии объекта в соответствующих нервных клетках коры головного мозга возникает возбуждение, которое, иррадиируя по большим полушариям, затрагивает клетки тех областей, рабочее состояние которых является физиологической основой ответной деятельности. Последние в какой-то мере также возбуждаются. В результате происходит встреча и замыкание этого возбуждения с ранее иррадиированными при восприятии, и образуется временная условная связь. При многократных повторениях одних и тех же возбуждений образованная связь все больше фиксируется, благодаря чему идет формирование динамического стереотипа. Хранимые в памяти связи могут оживляться, извлекаться из нее и использоваться в мыслительной деятельности. Они не только анализируются, но и синтезируются, объединяются в зависимости от ситуации с другими временными условными связями, образующимися в данный момент. Определенные устойчивые системы временных условных связей и лежат в основе формирования умения решать задачи.

Для определения критериев сформированности умения решать задачи с производственно-техническим содержанием необходимо проанализировать структуру деятельности, содержание отдельных операций. Основными критериями сформированности умения решать такие задачи являются следующие:

- знание операций и умение их выполнять ;
- усвоение содержания операций ;
- перенос усвоенного метода решения на задачи творческого, исследовательского характера ;
- использование усвоенного метода решения для создания новых технических объектов, для решения конструкторских задач.

Согласно этим критериям, можно выделить уровни сформированности умения решать задачи с производственно-техническим содержанием и охарактеризовать каждый из этих уровней (табл. 4).

В ходе обучения умению решать задачи с производственно-техническим содержанием первоначально выделяются и осознаются все частные операции, т. е. актуализация знаний и их применение протекают в наиболее развернутой форме. Постепенно необходимость в этом исчезает, отдельные операции опускаются, свертываются в целостное действие, приводящее к достижению поставленной цели.

Таблица 4

Уровни сформированности умения решать физические задачи с производственно-техническим содержанием

Уровень сформированности умения	Характеристика уровня
Первый	Овладение отдельными операциями, усвоение их содержания; выделение технического объекта или технологического процесса, определение способа их задания; выполнение простейших технических расчетов по формулам
Второй	Овладение совокупностью операций, отдельными действиями; составление простейших технических расчетов (по таблицам, техническому паспорту, справочникам); проведение анализа технического объекта или технологического процесса (функциональное назначение, физическая закономерность, принцип устройства и действия, область практического применения)
Третий	Овладение полным содержанием действий; применение усвоенных методов и способов решения задач с целью познания технического объекта или технологического процесса; выполнение конструкций технических объектов по разработанным схемам, чертежам; решение творческих задач, характеризующихся самостоятельным поиском, рассуждениями, доказательствами
Четвертый	Овладение всеми действиями и операциями по решению задач; выполнение сложных расчетов технических объектов с учетом экологического аспекта взаимодействия производства и природы и экономической эффективности предлагаемых технических объектов и технологических процессов

Свернутую деятельность при решении задач с производственно-техническим содержанием можно представить в виде следующей последовательности:

1. Чтение условия задачи, выделение в ней технического объекта или технологического процесса, данных и искомых величин.

2. Изучение схематического рисунка или чертежа, поясняющего условие задачи.

3. Выявление физической сущности, лежащей в основе действия технического объекта или технологического процесса.

4. Объяснение принципа действия с указанием основных деталей и узлов.

5. Запись необходимых для решения задачи формул или уравнений (построение умозаключений).

6. Получение решения в общем виде.

7. Вычисление и анализ полученного результата.

8. Указание области практического применения технического объекта или технологического процесса.

Примеры задач с производственно-техническим содержанием

Задача 21. Какую жидкость с хорошими охлаждающими свойствами используют при черновой обработке заготовки на больших скоростях?

Задача 22. Для улавливания твердых частиц дыма в трубах устанавливают электростатические фильтры - положительно заряженные трубки, по оси которых протянуты провода, заряженные отрицательно (рисунок). Объясните, как работает фильтр. Как движутся частицы?

Задача 23. Каково назначение предохранителей? В какой части цепи их следует включать? Определите сопротивление плавкого свинцового предохранителя, если длина проволоки в нем ℓ = 2 см, а площадь поперечного сечения S = 20 мм^2.

Задача 24. Почему закрывают стеклянные колбы радиоламп металлическими колпачками?

Задача 25. Сварочную порошковую проволоку изготавливают на волочильном стане сталепрокатного завода. На стане установлен прибор - электронный контролер, обеспечивающий равномерную "начинку" шихты в проволоке. Зачем определяется доза шихты в проволоке?

Задача 26. Как по тембру звука можно определить затупление резца при работе на токарном станке?

5.1. Скалярные и векторные величины

При изучении физики широко используется математический аппарат, например: скалярные и векторные величины, предел функции, понятие производной, бесконечно малые величины и т. д. Остановимся на понятиях вектора и скаляра.

Скаляры - физические величины, имеющие числовое значение, которое не зависит от выбора координатных осей. Примерами скалярных величин являются путь - s, площадь - S, объем - V, масса - m, температура - t°, T, энергия - E, время - t, работа - A, электрический заряд - q, потенциал - φ, напряжение - U, магнитный поток - Φ и т. д. Скалярные величины могут быть положительными (s, t, T) и отрицательными (q, φ, A).

Математические действия со скалярными величинами следует производить алгебраическим способом, т. е. с учетом их положительного и отрицательного значения.

Векторы - физические величины, характеризующиеся числовым значением и направлением в пространстве и не зависящие от выбора координатных осей. Примерами векторных величин являются перемещение - $\Delta\vec{r}$, скорость - $\vec{v}$, ускорение - $\vec{a}$, угловое ускорение - $\vec{\varepsilon}$, угловая скорость - $\vec{\omega}$, сила - $\vec{F}$, напряженность электрического поля - $\vec{E}$, индукция магнитного поля - $\vec{B}$, напряженность магнитного поля - $\vec{H}$, индукция электрического поля - $\vec{D}$ и т. д.

Любой вектор можно изобразить графически направленным отрезком, имеющим начало и конец (рис. 8).

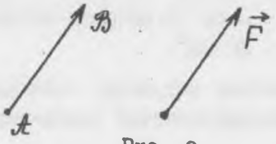


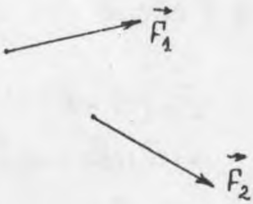
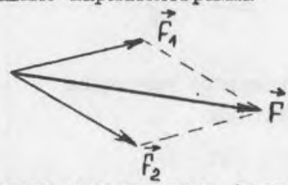
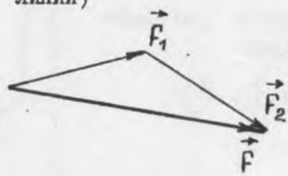
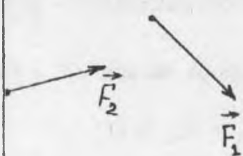
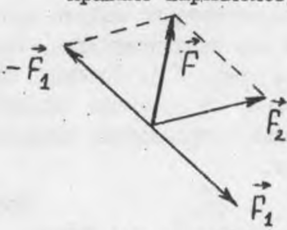
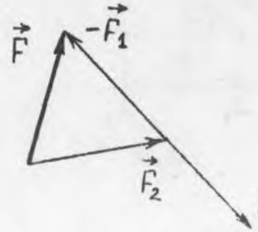
Рис. 8

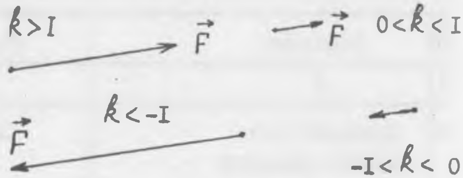
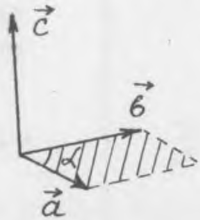
В математике начало и конец вектора обозначаются соответственно буквами $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ ($\overrightarrow{\mathcal{AB}}$), в физике вектор обозначают одной буквой, например вектор силы $\vec{F}$. Математические действия с векторами производят векторным способом (табл. 5).

Числовое значение векторной величины называется также модулем вектора. Модуль векторной величины всегда положительный $|\vec{a}| = a > 0$. Сравнивать между собой можно только модули векторных величин однородных векторов, т. е. векторов одной и той же природы, например, модули векторов ускорений $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$, сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ и т. д.

Таблица 5

Основные математические действия с векторными величинами

№ п/п	Действие	Содержание действия
1	2	3
1	Сложение однородных векторов $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$  	Правило параллелограмма  Правило треугольника (ломаной линии) 
2	Вычитание однородных векторов $\vec{F} = \vec{F_1} - \vec{F_2}$  	Правило параллелограмма  Правило треугольника 

I	2	3
3	Умножение вектора на скаляр $\vec{F} = k\vec{f}$ 	
4	Скалярное умножение векторов $c = (\vec{a}\cdot\vec{b})$	$(\vec{a}\cdot\vec{b}) = \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos(\vec{a}\,\widehat{\ }\,\vec{b}) =$ $= ab\cos\alpha$
5	Векторное умножение векторов $\vec{c} = [\vec{a}\times\vec{b}]$	 $\vec{c} = [\vec{a}\times\vec{b}] =$ $= \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\sin(\vec{a}\,\widehat{\ }\,\vec{b}) =$ $= ab\sin\alpha$

Проекция вектора на выбранную ось

Проекция вектора по модулю равна длине отрезка, который отсекают на этой оси перпендикуляры, проведенные на ось из начала и конца вектора (рис. 9). Проекция имеет положительное значение, если направление от проекции начала вектора к его концу совпадает с положительным направлением выбранной оси, и отрицательное - в противном случае.

Рис. 9

Проекции вектора на оси OX и OY равны

$$a_x = x_2 - x_1 > 0;$$

$$a_y = y_2 - y_1 > 0.$$

Модуль вектора $\vec{a}$ равен

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Проекции вектора $\vec{a}$ на оси ОХ и ОУ равны соответственно

$$a_x = a\cos\alpha, \quad a_y = a\sin\alpha.$$

Используя орты $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (единичные векторы вдоль декартовых координатных осей ОХ, ОУ и OZ), любой вектор можно представить в виде суммы векторов

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}; \quad \vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3;$$

$$\vec{a}_1 = a_x\vec{i}, \ \vec{a}_2 = a_y\vec{j}, \ \vec{a}_3 = a_z\vec{k}; \quad a_1 = |a_x|, a_2 = |a_y|, a_3 = |a_z|.$$

5.2. Понятие о пределе и производной некоторой функции

Число b называется пределом функции $y = f(x)$ при $x \to a$, если при приближении x к a справа или слева значение $y = f(x)$ стремится к b. В математике это записывается следующим образом

$$\lim_{x \to a} f(x) = b.$$

В качестве примера приведем физические величины, являющиеся пределами функций: вектор мгновенной скорости

$\vec{v}_{мгн} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, вектор мгновенного ускорения $\vec{a}_{мгн} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$,

плотность вещества $\rho = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\Delta m}{\Delta V}$, сила тока $J = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$.

Производной функции называется предел, к которому стремится отношение бесконечно малого приращения функции к соответствующему бесконечно малому приращению аргумента:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \dot{y}_x.$$

Физический смысл производной заключается в том, что она представляет собой скорость приращения функции. Например, выражение для мгновенной скорости имеет вид

$$\vec{v}_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}_t.$$

Примечание: Δt - это бесконечно малая физическая величина. В математике бесконечно малая величина - это величина, предел которой равен нулю. В физике эта величина, какой бы малой она ни была, отличается от нуля.

5.3. Понятие об интеграле

Уравнение скорости при равноускоренном движении задано $v = v_0 + at$. Задача заключается в том, чтобы найти путь S. Для этого рассмотрим график зависимости $v = f(t)$ (рис. 10).

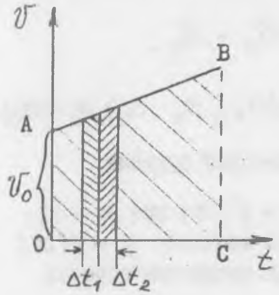


Рис. 10

Выделим на оси времени такой малый промежуток Δt_1, что приращение скорости при этом мало и можно считать, что выполняется $v_1 = const$. Величина пути за указанный промежуток времени Δt_1 равна

$$\Delta S_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 .$$

Разбивая весь промежуток времени соответственно на Δt_1, Δt_2, Δt_3, ... Δt_n, находим пути

$$\Delta S_1 = v_1 \Delta t_1 \; ; \quad \Delta S_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 ;$$

$$\Delta S_3 = v_3 \cdot \Delta t_3 \; ; \quad \Delta S_n = v_n \cdot \Delta t_n .$$

При суммировании площадей этих выделенных полосок получим значение пути S равноускоренного движения. Числовое значение пути совпадает с площадью трапеции ОАВС. Искомая площадь трапеции есть предел суммы $S = S_{OABC} = \lim\limits_{n \to \infty} (\Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + .. \Delta S_n)$ при бесконечно большом n. Знак суммирования можно заменить интегрированием

$$S = \lim_{n \to \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Delta S_n = \int dS_n \; ; \quad S = \int v\,dt = \int (v_0 + at)\,dt \; ;$$

$$S = \int v_0\,dt + \int at\,dt = v_0 t + \frac{at^2}{2} .$$

Отсюда уравнение пути при равноускоренном движении будет таким

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} .$$

5.4. Понятие о приращении и убыли физической величины

Приращением скалярной физической величины называется разность между ее конечным и начальным значениями и обозначается значком Δ:

$$\Delta x = x_2 - x_1 .$$

Убыль равна разности между начальным и конечным значениями физической величины $-\Delta x = x_1 - x_2$.

Убыль - это приращение величины, взятое с обратным знаком.

Приращение и убыль являются алгебраическими величинами, т. е. могут быть положительными и отрицательными.

6.1. Основные понятия кинематики, примеры решения задач

Радиус-вектор - вектор, соединяющий начало координат с положением материальной точки в пространстве (рис. 11).

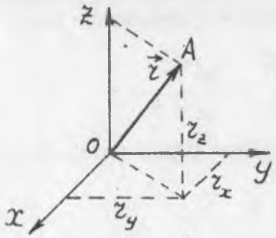


Рис. 11

Радиус-вектор определяет положение материальной точки в некоторый момент времени

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k},$$

где $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$ - координаты материальной точки A в пространстве в декартовой прямоугольной системе координат, заданной единичными ортами $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ осей OX, OY и OZ соответственно.

Перемещение - векторная физическая величина, равная приращению радиус-вектора за некоторый промежуток времени (рис.12).

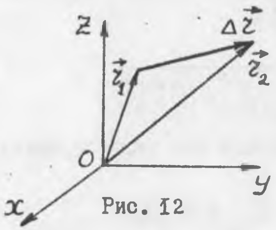


Рис. 12

Вектор перемещения равен

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1,$$

где $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ - радиус-векторы в начальный и конечный моменты времени. Для модуля вектора перемещения имеем

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Средняя скорость - векторная величина, характеризующая быстроту движения материальной точки за некоторый промежуток времени и равная отношению приращения перемещения на этот промежуток времени:

$$\vec{v}_{ср} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Мгновенная скорость - векторная величина, равная скорости материальной точки в данный момент времени в данной точке траектории:

$$\vec{v}_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{ср} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Проекции вектора мгновенной скорости на оси координат равны соответственно

$$v_x = \frac{dr_x}{dt} = \frac{dx}{dt};$$

$$v_y = \frac{dr_y}{dt} = \frac{dy}{dt};$$

$$v_z = \frac{dr_z}{dt} = \frac{dz}{dt}.$$

Среднее ускорение - векторная величина, характеризующая быстроту приращения вектора скорости за некоторый промежуток времени:

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение - векторная величина, равная первой производной вектора скорости по времени или второй производной вектора перемещения по времени:

$$\vec{a}_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{ср} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Проекции вектора ускорения на оси координат равны соответственно

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 r_x}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2};$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 r_y}{dt^2} = \frac{d^2 y}{dt^2};$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 r_z}{dt^2} = \frac{d^2 z}{dt^2}.$$

Для модуля вектора ускорения имеем

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}.$$

Формулы для вектора скорости и ее проекции при равнопеременном движении:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad ; \qquad v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Для равноускоренного движения $a_x = a > 0$

$$v = v_0 + at.$$

Для равнозамедленного движения $a_x = -a < 0$

$$v = v_0 - at.$$

Уравнение равнопеременного движения (уравнение координаты):

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}.$$

Полное ускорение при равнопеременном криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad ; \qquad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $\vec{a}_\tau$ - тангенциальное (касательное) ускорение, $\vec{a}_n$ - нормальное (центростремительное) ускорение.

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту приращения скорости по модулю и равно $\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

Нормальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по направлению и равно $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$.

Средняя угловая скорость – физическая величина, равная отношению углового пути (угол поворота радиус-вектора) за некоторый промежуток времени к длительности этого промежутка:

$$\omega_{ср} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Мгновенная угловая скорость – это предел, к которому стремится средняя угловая скорость при бесконечном уменьшении промежутка времени:

$$\omega_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_{ср} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Вектор угловой скорости направлен вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом буравчика (правого винта).

Среднее угловое ускорение – векторная величина, характеризующая быстроту приращения угловой скорости:

$$\vec{\varepsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}.$$

Мгновенное угловое ускорение – векторная величина, равная первой производной вектора угловой скорости по времени или второй производной углового пути по времени:

$$\vec{\varepsilon}_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{\varepsilon}_{ср} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \quad \varepsilon_{мгн} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Формулы, описывающие равнопеременное движение материальной точки по окружности:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t \quad ; \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t;$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Формулы связи угловых величин с линейными:

$$v = \omega R \quad ; \quad a_\tau = \varepsilon R \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Структура деятельности при решении задач по кинематике

1. Чтение содержания задачи, выделение в ней данных и искомых величин.
2. Кодирование содержания задачи.
3. Выявление сущности физического процесса, описанного в содержании задачи.
4. Выполнение схематического рисунка.
5. Запись необходимых уравнений в векторном виде.
6. Выбор соответствующей системы отсчета.

7. Проецирование векторных величин на координатные оси, запись уравнений в проекциях и в модулях.

8. Решение полученной системы уравнений относительно искомой величины.

9. Проверка наименования искомой величины.

10. Вычисление искомой величины.

11. Анализ полученного результата.

Примеры решения задач

Задача 27. Теплоход, имеющий длину $\ell = 300$ м, движется по прямому курсу в неподвижной воде со скоростью v_1. Катер, имеющий скорость $v_2 = 90$ км/ч, проходит расстояние от кормы движущегося теплохода до его носа и обратно за время $t = 37{,}5$ с. Найти скорость теплохода v_1.

Дано:	СИ
$\ell = 300$ м	
$v_2 = 90$ км/ч	25 м/с
$t = 37{,}5$ с	
v_1 - ?	

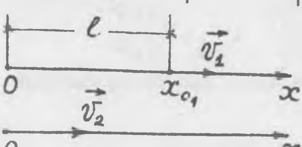


Рис. 1

Анализ содержания задачи и решение

Движение теплохода и катера является равномерным, прямолинейным, поэтому может быть описано уравнением вида

$$x = x_o + v_x t . \qquad (1)$$

Рассмотрим движение катера от кормы до носа теплохода (рис. 1). Уравнения движения теплохода и катера:

$$x_1 = x_{o_1} + v_{1x} t_1 ; \qquad (2)$$

$$x_2 = v_{2x} t_1 . \qquad (3)$$

С учетом того, что $x_{o_1} = \ell$, $v_{1x} = v_1$, $v_{2x} = v_2$, получим

$$x_1 = \ell + v_1 t_1 \quad (4); \qquad x_2 = v_2 t_1 , \qquad (5)$$

где t_1 - время движения катера от кормы до носа теплохода.

Для нахождения времени t_1 воспользуемся равенством координат x_1 и x_2 в тот момент, когда катер достигает носа теплохода. Отсюда

$$\ell + v_1 t_1 = v_2 t_1 \quad (6); \qquad t_1 = \frac{\ell}{v_2 - v_1} . \qquad (7)$$

Определим время движения t_2 катера от носа до кормы теплохода (рис. 2). Запишем уравнения движения теплохода и катера соответственно:

$$x_1 = v_{1x} t_2 \quad (8); \qquad x_2 = x_{o_2} + v_{2x} t_2 . \qquad (9)$$

Учитывая, что $v_{1x} = v_1$, $v_{2x} = -v_2$, $x_{c_2} = \ell$, получим

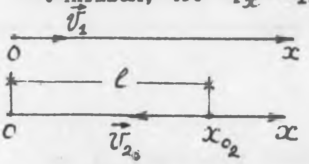


Рис. 2

$$x_1 = v_1 t_2 \; ; \qquad (10)$$

$$x_2 = \ell - v_2 t_2 . \qquad (11)$$

Решение уравнений приводит к следующему выражению для t_2:

$$t_2 = \frac{\ell}{v_2 + v_1} . \qquad (12)$$

Общее время движения катера t равно

$$t = t_1 + t_2 \quad (13) \quad \text{или} \quad t = \frac{\ell}{v_2 - v_1} + \frac{\ell}{v_2 + v_1} . \qquad (14)$$

Решаем уравнение (14) и находим выражение для скорости теплохода v_1:

$$t(v_2^2 - v_1^2) = \ell(v_2 + v_1) + \ell(v_2 - v_1) \; ; \qquad (15)$$

$$t(v_2^2 - v_1^2) = 2 v_2 \ell \; ; \qquad (16)$$

$$v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2 v_2 \ell}{t}} . \qquad (17)$$

Подставляя числовые данные, получаем:

$$v_1 = \sqrt{625 - \frac{2 \cdot 300 \cdot 25}{37{,}5}} = 15 \text{ м/с}.$$

Ответ: скорость теплохода $v_1 = 15$ м/с.

Задача 28. Уравнение движения материальной точки по прямой имеет вид: $x = 6 - 3t + 2t^2$. Найти среднюю скорость и среднее ускорение в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 4$ с; мгновенные скорости и ускорения в данные моменты времени; построить графики зависимости $v_x(t)$ и $a_x(t)$ для указанного интервала времени.

Дано:

$x = 6 - 3t + 2t^2$

$t_1 = 2$ с

$t_2 = 4$ с

$v_{ср}$ - ? $a_{ср}$ - ?

v_1 - ? v_2 - ?

Анализ содержания задачи и решение

Квадратичная зависимость координаты x от времени t говорит о том, что движение материальной точки переменное. Средняя скорость движения равна

$$v_{ср} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} , \qquad (1)$$

где x_1 и x_2 – значения координат в моменты времени t_1 и t_2.

Вычислим значения координат, используя уравнение движения:

$x = 6 - 3t + 2t^2$ (2); $x_1 = 8$ м ; $x_2 = 26$ м

Подставим значения x_1 и x_2 в выражение для средней скорости

$$V_{ср} = \frac{26-8}{2} = 9 \text{ м/с}.$$

Для среднего ускорения имеем

$$a_{ср} = \frac{V_{2x} - V_{1x}}{t_2 - t_1}. \qquad (3)$$

Проекция скорости V_x равна производной координаты x по времени t:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = -3 + 4t. \qquad (4)$$

Вычислим значения V_{1x} и V_{2x} для моментов времени t_1 и t_2:

$$V_{1x} = -3 + 4\cdot 2 = 5 \text{ м/с}; \quad V_{2x} = -3 + 4\cdot 4 = 13 \text{ м/с}.$$

Дифференцируя выражение (4), получим значение проекции мгновенного ускорения

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} \quad (5); \qquad a_x = 4 \text{ м/с}^2.$$

Отсюда $a = 4$ м/с^2.

Следовательно, ускорение материальной точки постоянно и равно $a = 4$ м/с^2.

Мгновенные скорости равны соответственно $V_1 = 5$ м/с; $V_2 = 13$ м/с.

Графики зависимости $V_x(t)$ и $a_x(t)$ представлены на рис. 1, 2.

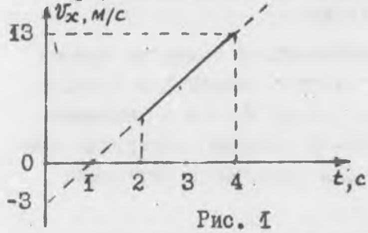


Рис. 1

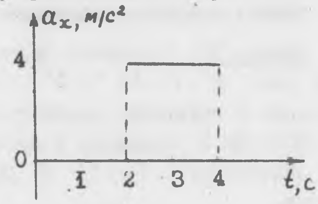


Рис. 2

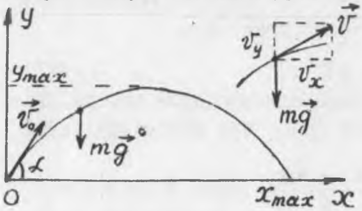
Ответ: $V_{ср} = 9$ м/с; $a_{ср} = 4$ м/с^2; $V_1 = 5$ м/с; $V_2 = 13$ м/с.

<u>Задача 29</u>. Мяч брошен со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Найти наибольшую высоту подъема мяча, дальность полета, время подъема до максимальной высоты, полное время движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:
$V_0 = 10$ м/с
$\alpha = 30^0$
y_{max} -? x_{max} -?
t_n -? t -?

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Мяч движется в поле силы тяжести Земли, т.е. на него в любой точке траектории будет действовать только сила тяжести (рисунок). Примем мяч за материальную точку. Основное уравнение динамики (ОУД) материальной точки имеет вид



$$m\vec{a} = m\vec{g} \quad ; \qquad (1)$$

$$\vec{a} = \vec{g} \quad . \qquad (2)$$

Спроецируем выражение (2) на оси координат:

$$a_x = g_x = 0 \ , \ a_y = g_y = -g .$$

Отсюда видно, что по оси OX материальная точка будет двигаться равномерно, а по оси OY–равнозамедленно при подъеме до максимальной высоты и равноускоренно при спуске с максимальной высоты.

Известно, что a_x и a_y являются производными проекций скорости v_x и v_y по времени t:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad (3); \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} . \qquad (4)$$

Так как $a_x = 0$, то $dv_x = 0$, т. е. $v_x = const$.

Для определения проекции скорости v_x спроецируем $\vec{v}_0$ на ось OX:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = v_x = const . \qquad (5)$$

Величина проекции скорости v_x является производной координаты x по времени t:

$$v_x = \frac{dx}{dt} . \quad (6) \text{ или } \quad dx = v_x\, dt . \qquad (7)$$

Подставляя выражение (5) в соотношение (7), получим:

$$dx = v_0 \cos\alpha \cdot dt . \qquad (8)$$

Отсюда $\quad x = \int dx = \int v_0 \cos\alpha \cdot dt = v_0 \cos\alpha \cdot t + C_1, \qquad (9)$

где C_1– постоянная интегрирования. Ее значение определяется из начальных условий: при $t_0 = 0$, $x_0 = 0$. Следовательно,

$x_0 = v_0 \cos\alpha \cdot t_0 + C_1 \quad$ (10); $C_1 = 0$.

Уравнение движения материальной точки по оси OX принимает следующий вид:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t . \qquad (11)$$

Рассмотрим движение материальной точки по оси OY.

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad (12); \qquad dv_y = a_y\, dt = -g\, dt . \qquad (13)$$

Интегрируя выражение (13), получим:

$$v_y = \int dv_y = \int -g\, dt = -gt + C_2 . \qquad (14)$$

Значение постоянной интегрирования C_2 определим из начальных условий: при $t_0 = 0$; $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ (I5); $C_2 = v_0 \sin\alpha$. (I6)

Следовательно, выражение (I4) приобретает вид

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt. \qquad (17)$$

При достижении материальной точкой максимальной высоты проекция скорости v_y становится равной нулю, что позволяет найти время подъема до этой высоты t_n:

$0 = v_0 \sin\alpha - g t_n$ (I8); $t_n = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$ (I9); $t_n = 0{,}5$ с.

Полное время движения по всей траектории будет в два раза больше (целесообразно предложить студентам выполнить это доказательство самостоятельно):

$t = 2t_n = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$; (20) $\qquad t = 1$ с.

Определим дальность полета , подставив выражение (20) в уравнение движения (II):

$$x_{max} = \frac{v_0 \cos\alpha \cdot 2 \cdot v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}; \qquad (21)$$

$$x_{max} = \frac{100 \cdot 0{,}86}{10} = 8{,}6 \text{ м.}$$

Аналогичным образом получим уравнение движения материальной точки по оси OY , воспользуясь соотношениями

$v_y = \dfrac{dy}{dt}$ (22); $\quad dy = v_y\,dt$ (23);

$$y = \int dy = \int v_y dt = \int (v_0 \sin\alpha - gt)dt = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} + C_3. \qquad (24)$$

Постоянную интегрирования C_3 определим из начальных условий: при $t_0 = 0$, $y_0 = 0$. Подставив их в уравнение (24), найдем $C_3 = 0$.

Уравнение движения материальной точки по оси OY имеет вид

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (25)$$

Для определения максимальной высоты подъема подставим в уравнение (25) соотношение для времени t_n:

$$y_{max} = v_0 \sin\alpha \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g(v_0 \sin\alpha)^2}{2g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}; \qquad (26)$$

$$y_{max} = \frac{100 \cdot 0{,}25}{2 \cdot 10} = 1{,}25 \text{ м.}$$

Ответ: $x_{max} = 8{,}6$ м; $y_{max} = 1{,}25$ м; $t_n = 0{,}5$ с; $t = 1$ с.

Задача 30. Камень брошен под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. Каковы будут нормальное и тангенциальное ускорения камня через 0,5 с после начала движения?

Дано:	Анализ содержания задачи и решение
$\alpha = 60^0$ $v_0 = 20$ м/с $t = 0,5$ с a_n - ? a_τ - ?	Камень движется в поле силы тяжести Земли. Первоначально выясним вопрос о местонахождении камня через 0,5 с после начала движения. Для этого определим время подъема камня до максимальной высоты:

$$t_n = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \quad (1); \quad t_n = \frac{20 \cdot 0,86}{9,81} = 1,7 \text{ с.}$$

Таким образом, через 0,5 с после начала движения камень будет находиться в точке траектории, высота которой $y < y_{max}$ (рис. 1). Так как камень движется по криволинейной траектории, он обладает тангенциальным и нормальным ускорением. Для наглядности изобразим эти ускорения на рис. 2.

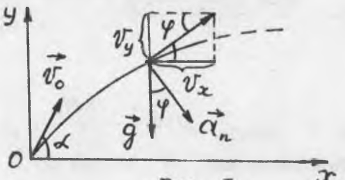


Рис. 1

Рис. 2

Полное ускорение камня равно $a = g = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. (2)

Как видно из рис. 1 и рис. 2,

$$\cos\varphi = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{a} = \frac{a_n}{g} \quad (3); \quad \sin\varphi = \frac{v_y}{v} = \frac{a_\tau}{a} = \frac{a_\tau}{g}. \quad (4)$$

Отсюда

$$a_n = g\frac{v_x}{v} \quad (5); \qquad a_\tau = g\frac{v_y}{v}. \quad (6)$$

Для проекций скорости v_x и v_y, модуля скорости v имеем

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha \quad (7); \quad v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\alpha - gt; \quad (8)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (9).$$

Подставляя выражения для проекций скорости v_x и v_y в уравнение (9), получим:

$$v = \sqrt{(v_0\cos\alpha)^2 + (v_0\sin\alpha - gt)^2} = \sqrt{v_0^2 - 2v_0\sin\alpha\, gt + g^2t^2}. \quad (10)$$

Отсюда

$$a_n = \frac{g v_0 \cos\alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2v_0\sin\alpha\, gt + g^2t^2}} \quad (11); \quad a_\tau = \frac{g(v_0\sin\alpha - gt)}{\sqrt{v_0^2 - 2v_0\sin\alpha\, gt + g^2t^2}}; \quad (12)$$

$a_n \approx 1,8$ м/с^2, $a_\tau \approx 2,3$ м/с^2.

Ответ: $a_n \approx 1,8$ м/с^2, $a_\tau \approx 2,3$ м/с^2.

Задача 3I. Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время t = 60 с уменьшило свою частоту вращения с n_1 = 300 об/мин до n_2 = I80 об/мин. Найти угловое ускорение и число оборотов колеса за это время.

Дано:		Анализ содержания задачи и решение
n_1 = 300 об/мин	5 об/с	
n_2 = I80 об/мин	3 об/с	
t = 60 с		
$\mathcal{E}$ - ? N - ?		

Колесо вращается равнозамедленно, и выражение для угловой скорости имеет следующий вид:

$$\omega_2 = \omega_1 - \mathcal{E} t, \qquad (I)$$

где ω_1 и ω_2 - угловые скорости в начале и конце движения.

Угловая скорость и число оборотов связаны соотношением

$$\omega = 2\pi n \ (2); \quad \omega_1 = 2\pi n_1 \ (3); \quad \omega_2 = 2\pi n_2 . \ (4)$$

Отсюда

$$2\pi n_2 = 2\pi n_1 - \mathcal{E} t \ (5); \quad \mathcal{E} = \frac{2\pi (n_1 - n_2)}{t}; \qquad (6)$$

$$\mathcal{E} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 2}{60} = 0{,}2I \text{ рад/с}^2.$$

Число оборотов колеса за время t равно $N = \dfrac{N_1 + N_2}{2}$, (7)
где N_1 = 300 об, N_2 = I80 об. Следовательно, N = 240 об.
Ответ: $\mathcal{E}$ = 0,2I рад/с^2; N = 240 об.

6.2. Основные понятия динамики поступательного движения. Примеры решения задач

Второй закон Ньютона

Импульс действующей на тело силы равен приращению импульса тела:

$$\vec{F} dt = d(m\vec{v}).$$

Если масса-постоянная величина, то

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}, \qquad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Основное уравнение динамики (ОУД)

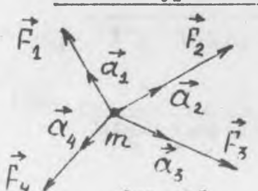


Рис. 13

Если на материальную точку массой m действует несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_N$ (рис. I3), то каждая из них согласно второму закону Ньютона вызывает ускорение $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_N$.

Полное ускорение $\vec{a}$ определяется: $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \ldots + \vec{a}_N$;

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m} + \frac{\vec{F}_3}{m} + \ldots + \frac{\vec{F}_N}{m} \quad ; \qquad m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_N \quad ;$$

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i .$$

Третий закон Ньютона

Тела действуют друг на друга с силами, равными по значению, направленными по одной прямой в противоположные стороны

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \ , \quad , \ F_1 = F_2$$

Закон всемирного тяготения:

$$\vec{F} = G \frac{mM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \ ,$$

где G – гравитационная постоянная, равная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Закон Гука:

$$\vec{F}_{упр} = -k\vec{r} \quad ; \qquad F_{упр_x} = -k r_x = -kx ,$$

где k – коэффициент жесткости.

Сила трения

Модуль силы трения пропорционален силе нормального давления

$$F_{тр} = \mu F_{н.д.} = \mu N \ ,$$

где μ-коэффициент трения.

Структура деятельности при решении задач по динамике

1. Чтение содержания задачи, выделение в ней данных и искомых величин.

2. Кодирование содержания задачи.

3. Выявление взаимодействующих тел.

4. Выполнение схематического рисунка (изображение действующих на каждое тело сил, показ направления ускорения).

5. Запись основного уравнения динамики (ОУД) в векторном виде для каждого тела.

6. Выбор соответствующей системы отсчета.

7. Проецирование векторных величин и запись ОУД в проекциях и модулях.

8. Решение полученной системы уравнений (получение решения в общем виде для искомой величины).

9. Проверка наименования искомой величины.

10. Вычисление искомой величины.

11. Анализ полученного результата.

Задача 32. На тело массой I кг вблизи поверхности Земли действуют две силы $F_1 = 5$ Н и $F_2 = 8$ Н, составляющие с горизонтом углы 60^0 и 120^0. Определить направление и значение ускорения, приобретаемого телом.

Дано:

$m = 1$ кг
$F_1 = 5$ Н
$F_2 = 8$ Н
$\alpha_1 = 60^0$
$\alpha_2 = 120^0$

a - ?
α - ?

Анализ содержания задачи и решение

На тело одновременно действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и некоторые силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ (рис. 1).

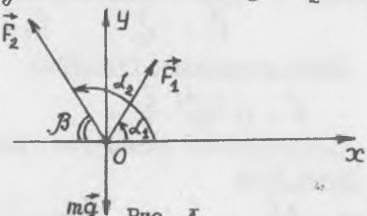


Рис. 1

Ускорение $\vec{a}$ определим из ОУД

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F_1} + \vec{F_2}. \tag{1}$$

Спроецируем ОУД на выбранные координатные оси:

на OX : $ma_x = mg_x + F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos\alpha_1 - F_2 \cos\beta$; (2)

на OY : $ma_y = mg_y + F_{1y} + F_{2y} = -mg + F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\beta$; (3)

$a_x = \dfrac{F_1 \cos\alpha_1 - F_2 \cos\beta}{m}$ (4); $a_y = \dfrac{-mg + F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\beta}{m}$. (5)

Подставляя числовые значения, получим

$$a_x = \frac{5\cdot\cos 60^0 - 8\cdot\cos 60^0}{1} = -1,5 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = \frac{5\cdot\sin 60^0 + 8\cdot\sin 60^0 - 10\cdot 1}{1} = 1,4 \text{ м/с}^2 .$$

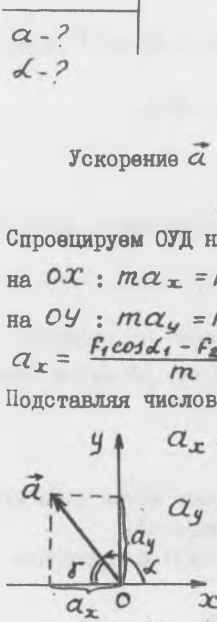


Рис. 2

Модуль ускорения a можно вычислить с помощью соотношения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$; (6)

$$a = \sqrt{(-1,5)^2 + (1,4)^2} = 2,1 \text{ м/с}^2 .$$

Определим направление вектора ускорения $\vec{a}$, используя значение его проекций. Так как $a_x < 0$ и $a_y > 0$, то вектор расположен во второй четверти координатной системы (рис. 2).

Для определения угла γ или α запишем значения тригонометрических функций:

$$\cos\gamma = \frac{|a_x|}{a} = -\frac{a_x}{a} \quad (7); \quad \sin\gamma = \frac{|a_y|}{a} = \frac{a_y}{a} \quad ; (8)$$

$$\sin\gamma = 0{,}67; \ \gamma = 42^0 \text{ или } \alpha = 138^0.$$

Ответ: $a = 2{,}1$ м/с^2 , $\alpha = 138^0$.

Задача 33. Два тела массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг связаны нерастяжимой и невесомой нитью и находятся на абсолютно гладкой горизонтальной поверхности стола. К первому телу в горизонтальном направлении приложена сила $F_1 = 5$ Н, ко второму – $F_2 = 2$ Н. Определить ускорение тела и силу натяжения нити.

Дано:

$m_1 = 1$ кг
$m_2 = 2$ кг
$F_1 = 5$ Н
$F_2 = 2$ Н

a – ? $F_н$ – ?

Анализ содержания задачи и решение

Оба тела можно принять за материальные точки или же рассматривать движение их центра масс. Для вычисления ускорения необходимо выяснить все взаимодействия тел (рис. 1).

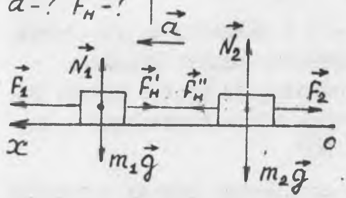


Рис. 1

Запишем ОУД для каждого тела:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_н' + \vec{F}_1 \quad ; (1)$$

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_н'' + \vec{F}_2 \quad ; (2)$$

$$m_1 a_{1x} = m_1 g_x + N_{1x} + F'_{нx} + F_{1x}; \quad (3)$$

$$m_2 a_{2x} = m_2 g_x + N_{2x} + F''_{нx} + F_{2x}. \quad (4)$$

Учтем, что $a_1 = a_2 = a$, $F_н' = F_н'' = F_н$, и докажем эти соотношения позднее. Решим полученную систему уравнений

$$m_1 a = F_1 - F_н \ (5); \qquad m_2 a = F_н - F_2 \ , (6)$$

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2} \ (7); \qquad F_н = F_1 - m_1\frac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2} \ . (8)$$

При подстановке числовых значений получим

$$a = 1 \text{ м/с}^2 , \quad F_н = 4 \text{ Н}.$$

Ответ: $a = 1$ м/с^2 , $F_н = 4$ Н.

Примечания. 1. Ускорения a_1, a_2 равны, так как за любые равные промежутки времени тела, связанные нерастяжимой нитью, пройдут одинаковые пути.

2. Докажем равенство сил $F_н'$ и $F_н''$. Для этого рассмотрим взаимодействие нити с прикрепленными к ней телами (рис. 2).

При взаимодействии нити с телами возникают силы $\vec{F}_н'$ и $\vec{F}_н''$, приложенные к телам со стороны нити, и силы $\vec{F}_р'$ и $\vec{F}_р''$, действующие на нить со стороны прикрепленных тел.

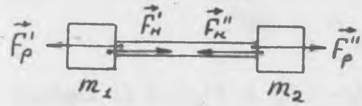


Рис. 2

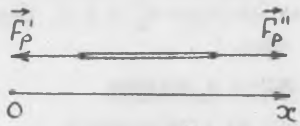


Рис. 3

Согласно третьему закону Ньютона можно записать:

$$\vec{F}_н' = -\vec{F}_р', \quad \vec{F}_н'' = -\vec{F}_р'', \quad F_н' = F_р', \quad F_н'' = F_р''. \qquad (9)$$

Применим ОУД к нити, обозначив ее массу $m_н$ (рис. 3):

$$m_н \vec{a} = \vec{F}_р' + \vec{F}_р''. \qquad (10)$$

Поскольку масса нити пренебрежимо мала в сравнении с массами тел m_1 и m_2, то $m_н = 0$.

Отсюда получим

$$\vec{F}_р' = -\vec{F}_р'' \quad \text{или} \quad F_р' = F_р''. \qquad (11)$$

С учетом того, что равны правые части равенства (9), будут равны и их левые части. Следовательно, $F_н' = F_н''$. (12)

<u>Задача 34</u>. Автомобиль массой m = 3 т движется со скоростью v = 36 км/ч по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны R = 50 м. С какой силой давит автомобиль на мост в точке, направление на которую из центра кривизны моста составляет с направлением на его середину угол $\alpha = 30^0$.

<u>Дано</u>:

m = 3 т	$3 \cdot 10^3$ кг
v = 36 км/ч	10 м/с
R = 50 м	
$\alpha = 30^0$	
$F_д$ - ?	

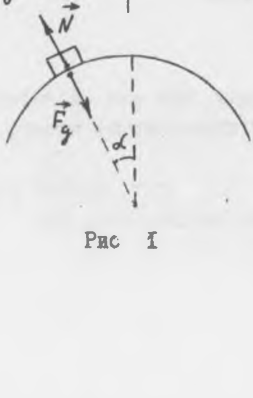


Рис I

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Сила давления $\vec{F}_д$ возникает при взаимодействии автомобиля и моста.

При их взаимодействии появляются две силы: сила давления $\vec{F}_д$ приложена к мосту со стороны автомобиля, сила реакции опоры $\vec{N}$ – со стороны моста к автомобилю (рис. I).

Согласно третьему закону Ньютона эти силы равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_д = -\vec{N} \quad ; \quad F_д = N. \qquad (1)$$

Таким образом, для нахождения силы давления $\vec{F}_д$ необходимо определить величину силы $\vec{N}$.

Сила реакции опоры $\vec{N}$ приложена к автомобилю. Примем автомобиль за материальную точку и рассмотрим все силы, приложенные к ней (рис. 2).

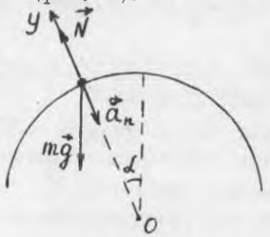


Рис. 2

Автомобиль находится в гравитационном поле Земли, т. е. на него со стороны Земли действует сила тяжести $m\vec{g}$. Равнодействующая сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ является причиной, обусловливающей ускорение автомобиля $\vec{a}_n$. Применим ОУД и спроецируем векторные величины на ось OY.

$$m\vec{a}_n = m\vec{g} + \vec{N}; \quad (1)$$

$$-ma_n = -mg\cos\alpha + N; \quad (2)$$

$N = m(g\cos\alpha - a_n)$ (3); $\quad N = F_g = m(g\cos\alpha - a_n)$. (4)

Ускорение $\vec{a}_n$ является центростремительным и равным

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (5)$$

Отсюда

$F_g = m(g\cos\alpha - \frac{v^2}{R})$ (6); $\quad F_g = 2\cdot 10^3(8,6 - 1) = 15,2\cdot 10^3$ Н.

Ответ: $F_g = 15,2$ кН.

Задача 35. Тело лежит на наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 4^0$. При каком предельном коэффициенте трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен $\mu = 0,03$? Какое время потребуется для прохождения при этих условиях пути $S = 100$ м? Какую скорость приобретет тело в конце пути?

Дано:

$\alpha = 4^0$
$\mu = 0,03$
$S = 100$ м

$\mu_{тр}$ - ? a - ?
t - ? v - ?

Анализ содержания задачи и решение

Рассмотрим взаимодействия тела, лежащего на наклонной плоскости (рис. 1). На тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Для определения ускорения $\vec{a}$ запишем ОУД:

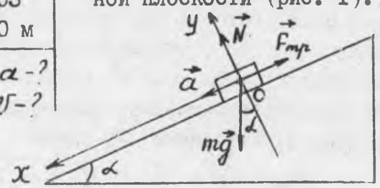


Рис. 1

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \quad (1)$$

Спроецируем векторные величины на оси:

на OX: $ma = mg\sin\alpha - F_{тр}$ (2); на OY: $0 = -mg\cos\alpha + N$. (3)

Используя соотношение между силой трения $\vec{F}_{тр}$ и силой $\vec{N}$, запишем:

$F_{тр} = \mu N$ (4); $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$ (5); $ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$. (6)

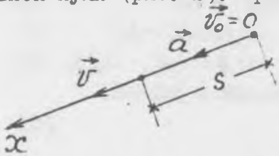
Отсюда

$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ (7); $a = 10\cdot(0{,}07 - 0{,}03\cdot 0{,}99) = 0{,}4$ м/с^2.

Для определения $\mu_{тр}$ в соотношение (7) подставим $a \leq 0$:

$\sin\alpha - \mu_{тр}\cos\alpha \leq 0$ (8); $\mu_{тр} \leq tg\,\alpha$ (9); $\mu_{тр} \leq 0{,}07$.

Движение материальной точки по наклонной плоскости представляет собой равноускоренное движение с начальной скоростью $\vec{v}_0$, равной нулю (рис. 2). Применив формулу пути при равноускоренном движении с $\vec{v}_0 = 0$, получим



$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$; $S = \frac{at^2}{2}$. (10)

С учетом выражения (7) для ускорения получаем путь S:

$S = \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t^2}{2}$; (11)

Рис.2

$t = \sqrt{\frac{2S}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$ (12); $t = 22{,}7$ с.

Величину конечной скорости найдем из уравнения

$v = v_0 + at$ (13) или $v = at$; (14)

$v = 0{,}4\cdot 22{,}7 = 8{,}8$ м/с.

Ответ: $a = 0{,}4$ м/с^2; $\mu_{тр} \leq 0{,}07$; $t = 22{,}7$ с; $v = 8{,}8$ м/с.

Задача 36. Шарик, подвешенный на нити длиной $\ell = 0{,}6$ м, двигаясь равномерно, описывает в горизонтальной плоскости окружность. С какой скоростью движется шарик, если во время его движения нить образует с вертикалью постоянный угол $\alpha = 30^0$?

Дано:

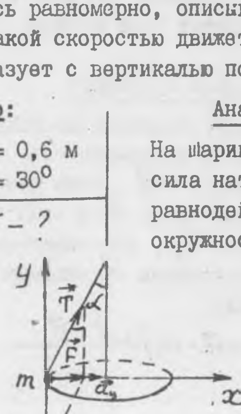
$\ell = 0{,}6$ м

$\alpha = 30^0$

$v - ?$

Анализ содержания задачи и решение

На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$, которые при сложении дают равнодействующую силу $\vec{F}$, направленную к центру окружности по радиусу. Эта сила $\vec{F}$ сообщает шарику центростремительное ускорение $\vec{a}_ц$ (рисунок). Ускорение $a_ц$ равно



$a_ц = \frac{v^2}{R}$ (1); $v = \sqrt{a_ц R}$. (2)

Для определения $a_ц$ воспользуемся ОУД:

$m\vec{a}_ц = m\vec{g} + \vec{T}$; (3)

ox: $ma_ц = T\sin\alpha$; (4)

oy: $0 = -mg + T\cos\alpha$. (5)

Решая полученную систему уравнений, имеем:

$$\frac{a_ц}{g} = tg\,\alpha \quad (6); \qquad a_ц = g \cdot tg\,\alpha; \quad (7)$$

$$v = \sqrt{g \cdot tg\,\alpha \cdot R} \quad (8); \qquad \text{где } R = \ell \cdot \sin\alpha. \quad (9)$$

Отсюда

$$v = \sqrt{g\,\ell\,\sin\alpha\,tg\,\alpha} \quad (10); \qquad v = \sqrt{9{,}81 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}58} = 1{,}3 \text{ м/с}.$$

Ответ: v = 1,3 м/с.

Задача 37. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Плотность вещества планеты $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определить период обращения планеты около собственной оси.

Дано:

$P_э = \frac{1}{2} P_п$

$\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м^3

T - ?

Анализ содержания задачи и решение

Период обращения планеты вокруг собственной оси равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1)$$

Угловую скорость найдем из выражения для центростремительного ускорения

$$a_ц = \omega^2 R \quad (2); \qquad \omega = \sqrt{\frac{a_ц}{R}}. \quad (3)$$

Рассмотрим тело некоторой массы на полюсе и экваторе планеты (рис. 1). На экваторе планеты на тело действуют сила тяготения $\vec{F}_G$, направленная к центру планеты, и сила реакции опоры $\vec{N}$. Тело на экваторе движется с центростремительным ускорением $\vec{a}_ц$, которое обусловлено действием этих сил. Запишем ОУД

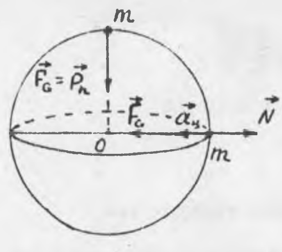


Рис. 1

$$m\vec{a}_ц = \vec{F}_G + \vec{N}. \quad (4)$$

При проецировании получаем

$$m a_ц = F_G - N. \quad (5)$$

Так как тело на экваторе движется с ускорением $\vec{a}_ц$, то, очевидно, $F_G > N$. Разложим вектор силы тяготения $\vec{F}_G$ на две составляющие: $\vec{F}_G = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Изобразим силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ на рис. 2. Предположим, что модуль силы $\vec{F}_1$ равен модулю силы $\vec{N}$. Тогда согласно третьему закону Ньютона запишем: $\vec{F}_1 = -\vec{N}$ или $F_1 = N$, где сила $\vec{F}_1$ является весом тела на экваторе.

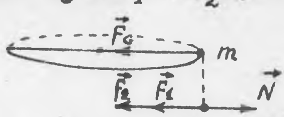


Рис. 2

С учетом равенства $F_1 = N = P_э$ получаем $\vec{F_2} = m\vec{a_ц}$. (6)
Сила $\vec{F_2}$ является составляющей силы тяготения $\vec{F_G}$ и сообщает телу центростремительное ускорение.

Отсюда $F_2 = F_G - F_1 = F_G - N$. (7)

Так как $N = P_э$, то $F_2 = F_G - P_э$. (8)

Следовательно,

$$m a_ц = F_G - P_э \quad (9); \qquad a_ц = \frac{F_G - P_э}{m}. \quad (10)$$

На полюсе планеты сила тяготения $\vec{F_G}$ и вес тела $\vec{P_n}$ совпадают, т. е. $F_G = P_n$ (рис. I).

Используя содержание задачи и равенство $F_G = P_n$ и подставляя эти соотношения в выражение (I0), имеем:

$$a_ц = \frac{F_G - P_n/2}{m} = \frac{F_G - F_G/2}{m} = \frac{F_G}{2m}; \quad (11)$$

$$F_G = G\frac{mM}{R^2} \quad (12); \qquad a_ц = G\frac{M}{2R^2}. \quad (13)$$

Масса планеты равна $M = \rho V$. (14)

Предположим, что планета имеет сферическую форму. Тогда

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (15); \quad M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 \quad (16); \quad a_ц = \frac{2\pi\rho R}{3}. \quad (17)$$

Подстановка выражения (I7) в соотношение (3) приводит к следующему уравнению для угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{G\frac{2\pi\rho}{3}}. \quad (18)$$

Отсюда

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 3}{2\pi G\rho}} = \sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}. \quad (19)$$

$$T = \sqrt{\frac{6 \cdot 3{,}14}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^3}} = 9700 \text{ с} = 2 \text{ ч } 41{,}6 \text{ мин.}$$

Ответ: T = 2 ч 41,6 мин.

6.3. Динамика вращательного движения твердых тел

Модуль момента силы относительно некоторой оси вращения равен произведению модуля силы на ее плечо действия:

$$M = Fr.$$

Момент инерции материальной точки массой m относительно некоторой оси вращения равен произведению массы на квадрат расстояния до оси вращения $J = mr^2$.

Момент инерции твердого тела равен

$$J = \int d(mr^2) = \int r^2 dm = r^2 \int dm.$$

Момент инерции однородного тонкого стержня:

а) ось вращения проходит через центр тяжести перпендикулярно к стержню $J = \frac{1}{12} m l^2$;

б) ось вращения проходит через конец стержня

$$J = \frac{1}{3} m l^2.$$

Момент инерции кольца, обруча, трубы, маховика равен

$$J = mR^2.$$

Момент инерции круглого однородного диска, цилиндра равен

$$J = \frac{1}{2} mR^2.$$

Момент инерции однородного шара, если ось вращения проходит через его центр, будет таким $J = \frac{2}{5} mR^2$.

Теорема Штейнера : $$J = J_0 + ma^2,$$

где J_0 - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс ; J - момент инерции относительно любой оси, параллельной той, для которой момент инерции равен J_0 ; m - масса тела ; a - расстояние между осями.

Момент импульса тела равен произведению момента инерции тела на его угловую скорость : $L = J\omega$.

Основной закон динамики вращательного движения :

$$M dt = dL = d(J\omega).$$

Если $J = const$, то $M dt = J d\omega$,

$$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon \quad , \quad M = J\varepsilon.$$

Примеры решения задач по динамике вращательного движения

Задача 38. Вал в виде сплошного цилиндра массой $m_1 = 10$ кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешен груз массой $m_2 = 2$ кг. С каким ускорением a будет опускаться груз, если его предоставить самому себе ? Какова сила натяжения шнура ?

Дано:

$m_1 = 10$ кг

$m_2 = 2$ кг

a - ? T - ?

Анализ содержания задачи и решение

Все точки вала, лежащие на его цилиндрической поверхности, при вращении вала обладают тангенциальным ускорением, которое равно линейному ускорению опускающегося груза :

$$a_\tau = a. \qquad (1)$$

Тангенциальное ускорение a_τ связано с угловым ускорением соотношением $$a_\tau = \varepsilon R \qquad (2)$$
где R - радиус вала.

Отсюда $$a = \varepsilon R. \qquad (3)$$

Для определения углового ускорения ε запишем ОУД вращательного движения

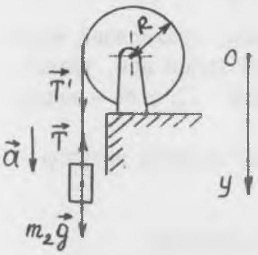
$$M = J\varepsilon \quad , \qquad (4)$$

где M - вращающий момент, действующий на вал ; J - момент инерции вала.

Так как вал представляет собой однородный цилиндр, то его момент инерции относительно оси вращения равен

$$J = \frac{1}{2} m_1 R^2 \ . \qquad (5)$$

Для определения вращающего момента рассмотрим силы, действующие на вал (рисунок). На вал действуют сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения шнура $\vec{T}'$. Вращающий момент M создает сила $\vec{T}'$, так как момент силы тяжести вала $M_{m_1\vec{g}}$ равен



$$M_{m_1\vec{g}} = 0 \ . \qquad (6)$$

Вращающий момент M равен $M = T'R$. (7)

Согласно третьего закона Ньютона

$$\vec{T}' = -\vec{T} \quad \text{или} \quad T' = T \ .$$

Тогда $M = TR$. (8)

Для определения силы натяжения $\vec{T}$ воспользуемся ОУД материальной точки

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T} \quad (9), \qquad m_2 a = m_2 g - T \quad , (10)$$

$$T = m_2(g - a) \ . \qquad (11)$$

Подставив выражение (11) в соотношение (8), получим

$$M = m_2(g-a)R \quad . \qquad (12)$$

Решим совместно уравнения (3), (4), (5) и (12):

$$M = \frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{a}{R} = \frac{1}{2} m_1 R a \ (13) \ ; \ \frac{1}{2} m_1 R a = m_2(g-a)R \ , (14)$$

$$a = \frac{m_2 g}{m_1/2 + m_2} = \frac{2m_2 g}{m_1 + 2m_2} \ (15) \ ; a = \frac{2\cdot 2\cdot 9{,}8}{14} = 2{,}8 \text{ м/с}^2 ,$$

$T = 2\cdot(9{,}8 - 2{,}8) = 14$ Н.

Ответ: $a = 2{,}8$ м/с^2 , $T = 14$ Н.

<u>Задача 39</u>. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2$ м, стоит человек. Масса платформы $m_1 = 200$кг. Масса человека $m_2 = 80$ кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v = 2$ м/с относительно платформы.

Дано:	Анализ содержания задачи и решение
$m_1 = 200$ кг $m_2 = 80$ кг $R = 2$ м $v = 2$ м/с	
ω_2 - ?	

Человек и платформа образуют систему двух взаимодействующих тел. Внешние силы (сила тяжести и сила реакции оси вращения) компенсируют друг друга, сопротивлением воздуха можно пренебречь. Таким образом, для данной системы полный момент импульса сохраняется постоянным. За инерциальную систему отсчета примем неподвижную Землю. Первоначально тела покоились, т. е. момент импульса системы тел был равен нулю, и при движении тел он будет сохранять свое значение. Движение человека по краю платформы происходит с некоторой угловой скоростью $\vec{\omega}$ относительно неподвижной Земли, которая по закону сложения скоростей равна $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$, где $\vec{\omega}_1$ - угловая скорость человека относительно платформы, $\vec{\omega}_2$ - угловая скорость вращения платформы относительно Земли. Следовательно, человек приобретает момент импульса $\vec{L}_1$ (рис. 1). Платформа начинает вращаться с угловой скоростью $\vec{\omega}_2$ в сторону, противоположную движению человека по ее краю, момент импульса платформы будет равен $\vec{L}_2$ (рис. 2).

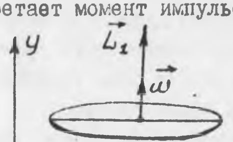


Рис. 1

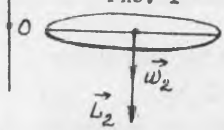


Рис. 2

По закону сохранения импульса

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 0; \qquad (1)$$

$$\vec{L}_1 = J_1(\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2) \quad (2); \quad \vec{L}_2 = J_2\vec{\omega}_2, \qquad (3)$$

где J_1 и J_2 – моменты инерции человека и платформы, $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ – угловые скорости этих тел.

Проецируя векторы $\vec{L}_1$ и $\vec{L}_2$ на выбранную ось OY, получим:

$$L_1 - L_2 = 0 \quad (4); \quad L_1 = L_2 \quad (5); \quad J_1(\omega_1 - \omega_2) = J_2\omega_2. \quad (6)$$

Момент инерции человека J_1 можно рассчитать как момент инерции материальной точки, движущейся по окружности радиуса R:

$$J_1 = m_2 R^2. \qquad (7)$$

Момент инерции платформы равен $J_2 = \frac{1}{2} m_1 R^2$. (8)

Отсюда

$$m_2 R^2 \omega_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2 \omega_2 + m_2 R^2 \omega_2, \qquad (9)$$

$$m_2 \omega_1 = \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2\right)\omega_2 \quad (10); \quad \omega_2 = \frac{2 m_2 \omega_1}{2 m_2 + m_1}. \quad (11)$$

Угловая скорость движения человека относительно платформы ω_1 равна

$$\omega_1 = v/R. \qquad (12)$$

Подставив выражение (12) в соотношение (11), получим:

$$\omega_2 = \frac{2m_2 v}{(2m_2 + m_1)R} \quad (13); \quad \omega_2 = \frac{2\cdot 80\cdot 2}{360\cdot 2} = 0{,}45 \text{ рад/с}.$$

Ответ: $\omega_2 = 0{,}45$ рад/с.

Задача 40. Платформа в виде диска $R = 1$ м вращается по инерции с частотой $n_1 = 6$ об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 80$ кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы $J_0 = 120$ кг$\cdot$м^2. Момент инерции человека следует рассчитывать как для материальной точки.

Дано:	
$R = 1$ м	
$n_1 = 6$ об/мин	0,1 об/с
$m = 80$ кг	
$J_0 = 120$ кг$\cdot$м^2	
n_2 - ?	

Анализ содержания задачи и решение

Платформа в виде диска и человек образуют систему из двух тел, в которой внешние силы компенсируют друг друга (силы тяжести и силы реакции опоры) или малы (сила трения).

Рассмотрим первоначальное состояние системы и ее полный момент импульса $\vec{L}_1$ (платформа вращается по инерции, а человек стоит на ее краю) (рис. 1, а).

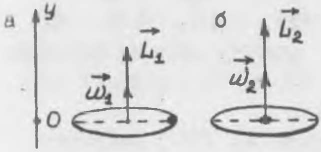


Рис. 1

Момент импульса системы равен

$$\vec{L}_1 = (J_0 + J_1)\vec{\omega}_1 \quad , (1)$$

где момент инерции платформы, J_1 - момент инерции человека, находящегося на краю платформы, $\vec{\omega}_1$ - угловая скорость вращения платформы.

После того, как человек переходит в центр платформы (рис. 1, б), момент импульса системы становится равным

$$\vec{L}_2 = (J_0 + J_1')\vec{\omega}_2 , \qquad (2)$$

где J_1' - момент инерции человека в центре платформы, $\vec{\omega}_2$ - угловая скорость вращения платформы с человеком, стоящим в ее центре.

По закону сохранения импульса получается

$$(J_0 + J_1)\vec{\omega}_1 = (J_0 + J_1')\vec{\omega}_2 \ ; \qquad (3)$$

$$(J_0 + J_1)\omega_1 = (J_0 + J_1')\omega_2 . \qquad (4)$$

Моменты инерции человека на краю и в центре платформы соответственно равны: $J_1 = mR^2$ (5); $J_1' = 0.$ (6)

Угловые скорости вращения платформы равны

$\omega_1 = 2\pi n_1$ (7); $\omega_2 = 2\pi n_2$. (8)

Отсюда $(J_0 + mR^2) \cdot 2\pi n_1 = J_0 \cdot 2\pi n_2$; (9)

$n_2 = \dfrac{(J_0 + mR^2) n_1}{J_0}$ (10); $n_2 = \dfrac{(120 + 80 \cdot 1) \cdot 0{,}1}{120} = \dfrac{1}{6}$ об/с;

$n_2 = 10$ об/мин.

Ответ: $n_2 = 10$ об/мин.

6.4. Работа, мощность, энергия. Примеры решения задач

Работа силы $\vec{F}$ на пути S равна

$$A = \int F \cos\alpha \, dS,$$

где α - угол между вектором силы и направлением движения тела.

Если $\vec{F} = const$, то $A = FS\cos\alpha.$

Мощность - это работа в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

Если $\vec{v} = const$, то $N = Fv\cos\alpha.$

Импульс тела - это векторная величина, равная произведению массы тела и его скорости движения: $\vec{p} = m\vec{v}.$

Закон сохранения импульса: полный импульс замкнутой системы тел является постоянной векторной величиной:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const.$$

Кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью $\vec{v}$, равна $E_к = \dfrac{mv^2}{2}.$

Теорема о приращении кинетической энергии: полное приращение кинетической энергии тела равно алгебраической сумме работ внутренних консервативных, неконсервативных сил и внешних сил, действующих на тело:

$$\Delta E_к = E_{к_2} - E_{к_1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_1 + A_2 + A_3.$$

Потенциальная энергия в поле сил тяжести равна

$$E_p = mgh.$$

Потенциальная энергия в поле сил упругости равна

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Работа внутренних консервативных сил равна убыли потенциальной энергии:

$$A^{внутр.}_{конс.сил} = E_{п_1} - E_{п_2} = -\Delta E_п .$$

Закон сохранения энергии: полная механическая энергия в замкнутой консервативной системе является постоянной величиной:

$$E = E_к + E_п = const .$$

Кинетическая энергия вращающегося тела равна

$$E_к = \frac{mv^2}{2} .$$

Работа постоянного момента силы равна $A = M\varphi$, где φ – угловой путь тела.

Структура деятельности при решении задач на закон сохранения импульса

1. Чтение содержания задачи, выделение в ней данных и искомых величин.

2. Кодирование содержания задачи.

3. Выявление системы взаимодействующих тел и выяснение характера действующих на тела сил.

4. Выполнение схематического рисунка (изображение действующих сил, показ направления векторов скорости тел до и после взаимодействия).

5. Запись закона сохранения импульса в векторном виде (если система тел незамкнутая, но выполняется одно из условий:

$$\sum_{i=1}^{N} P_{i_x} = const , \quad \sum_{i=1}^{N} P_{i_y} = const , \quad \sum_{i=1}^{N} P_{i_z} = const ,$$

то следует записать закон сохранения импульса в проекциях на эту ось).

6. Выбор соответствующей системы отсчета.

7. Проецирование векторных величин и запись закона сохранения импульса в проекциях и модулях.

8. Решение полученной системы уравнений.

9. Проверка наименования искомой величины.

10. Вычисление искомой величины.

11. Анализ полученного результата.

При решении задач на закон сохранения энергии следует обратить внимание на консервативный и неконсервативный характер сил взаимодействия между телами замкнутой системы.

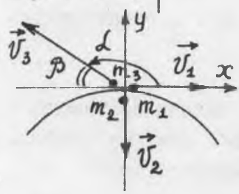
Если на тела системы действуют неконсервативные силы, то приращение полной механической энергии равно работе внутренних неконсервативных сил: $\Delta E = E_2 - E_1 = A^{внутр.}_{неконс.с.}$.

Задача 41. Зенитный снаряд взорвался в верхней точке траектории. При этом образовались три осколка. Два осколка разлетелись под прямым углом друг к другу, причем скорость первого осколка массой $m_1 = 9$ кг равна 60 м/с, а скорость второго массой $m_2 = 18$ кг равна 40 м/с. Третий осколок отлетел со скоростью 200 м/с. Определить направление полета и массу третьего осколка.

Дано:

$m_1 = 9$ кг
$v_1 = 60$ м/с
$m_2 = 18$ кг
$v_2 = 40$ м/с
$v_3 = 200$ м/с

m_3 - ? α - ?



Анализ содержания задачи и решение

Будем рассматривать зенитный снаряд и его осколки как замкнутую систему тел (рисунок). Импульс снаряда в верхней точке траектории до взрыва $\vec{P}_1 = 0$. Импульс образовавшихся осколков при взрыве равен

$$\vec{P}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 . \qquad (1)$$

По закону сохранения импульса имеем

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 = 0; \qquad (2)$$

$$Ox:\ m_1 v_1 - m_3 v_3 \cos\beta = 0; \qquad (3)$$

$$Oy:\ -m_2 v_2 + m_3 v_3 \sin\beta = 0; \qquad (4)$$

$$m_1 v_1 = m_3 v_3 \cos\beta; \qquad (5)$$

$$m_2 v_2 = m_3 v_3 \sin\beta. \qquad (6)$$

Решив систему уравнений (5) и (6), получим:

$$tg\,\beta = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} \ (7); \quad tg\,\beta = \frac{18\cdot 40}{9\cdot 60} = 1{,}3;$$

$$\beta = 52^0, \quad \alpha = 128^0.$$

Таким образом, вектор скорости $\vec{v}_3$ направлен под углом $\alpha = 128^0$ к горизонту.

Найдем массу осколка m_3: $m_3 = \dfrac{m_2 v_2}{v_3 \sin\beta}$ (8); $m_3 = \dfrac{18\cdot 40}{200\cdot 0{,}8} = 4{,}5$ кг.

Ответ: $m_3 = 4{,}5$ кг, скорость третьего осколка направлена под углом $\alpha = 128^0$ к горизонту.

Задача 42. Конькобежец массой $m_1 = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m_2 = 3$ кг со скоростью $v = 8$ м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0{,}02$?

Дано:

$m_1 = 70$ кг
$m_2 = 3$ кг
$v = 8$ м/с
$\mu = 0{,}02$

$S - ?$

Анализ содержания задачи и решение

Человек и камень образуют замкнутую систему. Человек бросает камень горизонтально с некоторой скоростью $\vec{v}$. В результате взаимодействия человек приобретает скорость $\vec{v_0}$ и начинает перемещаться по льду. Между коньками и льдом возникает сила трения, что приводит к равнозамедленному движению человека с ускорением $\vec{a}$ на пути S (рис. 1). Вычисление пути S можно осуществить либо с использованием соотношения кинематики, либо с помощью теоремы о приращении кинетической энергии. Путь при равнозамедленном движении равен

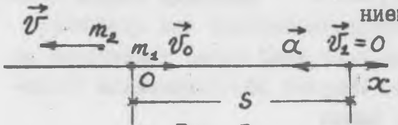


Рис. 1

$$S = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a}. \qquad (1)$$

С учетом того, что человек, пройдя путь S , остановится ($\vec{v_1} = 0$), получим:

$$S = \frac{v_0^2}{2a}. \qquad (2)$$

Начальную скорость движения человека $\vec{v_0}$ найдем из закона сохранения импульса для системы "человек-камень". Импульс системы до взаимодействия равен $\vec{P_1} = 0$, после взаимодействия -

$$\vec{P_2} = m_1\vec{v_0} + m_2\vec{v}. \qquad (3)$$

По закону сохранения импульса для замкнутой системы

$$\vec{P_1} = \vec{P_2} \quad (4); \qquad m_1\vec{v_0} + m_2\vec{v} = 0; \qquad (5)$$

$$m_1 v_0 - m_2 v = 0 \quad (6); \qquad v_0 = \frac{m_2 v}{m_1}. \qquad (7)$$

Ускорение человека вычислим, применив ОУД. Для этого выясним взаимодействия человека и покажем на рис. 2 все действующие на него силы. Запишем ОУД:

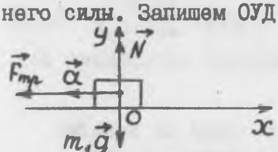


Рис. 2

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}; \qquad (8)$$

$$OX: -m_1 a = -F_{тр}; \quad m_1 a = F_{тр}; \qquad (9)$$

$$OY: 0 = -m_1 g + N \quad (10); \qquad F_{тр} = \mu m_1 g; \qquad (11)$$

$$m_1 a = \mu m_1 g \quad (12); \qquad a = \mu g. \qquad (13)$$

Подставив выражения (7) и (13) в формулу (2), получим:

$$S = \frac{m_2^2 v^2}{m_1^2 \cdot 2\mu g} = \frac{m_2^2 v^2}{2\mu g m_1^2}; \qquad (14)$$

$$S = \frac{9 \cdot 64}{2 \cdot 0{,}02 \cdot 10 \cdot 4900} = 0{,}3 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 0{,}3$ м.

Задача 43. В тело массой $m_1 = 990$ г, лежащее на горизонтальной поверхности, попадает пуля массой $m_2 = 10$ г и застревает в нем. Скорость пули направлена горизонтально и равна $v = 700$ м/с. Какой путь пройдет тело до остановки, если коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,05$?

Дано:
$m_1 = 990$ г
$m_2 = 10$ г
$v = 700$ м/с
$\mu = 0,05$

S - ?

Анализ содержания задачи и решение

Тело, лежащее на горизонтальной поверхности, и пуля образуют систему. Поскольку пуля обладает импульсом, то тело при попадании в него пули приобретает импульс, т. е. начинает двигаться с некоторой скоростью $\vec{v}_1$ и проходит путь S (рис. 1). При этом возникает сила трения, что приводит к равнозамедленному движению тела. Для вычисления пути воспользуемся теоремой о приращении кинетической энергии. Для этого выделим все силы, действующие на тело: сила тяжести $(m_1+m_2)\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 2).

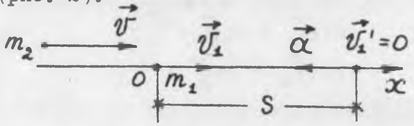


Рис. 1

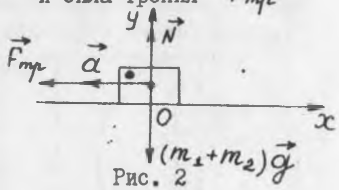


Рис. 2

Запишем теорему о приращении кинетической энергии:

$$\Delta E_к = E_{к2} - E_{к1} = A_1 + A_2 + A_3, \quad (1)$$

где A_1 - работа силы тяжести, A_2 - работа силы упругости, A_3 - работа силы трения.

Найдем A_1, A_2 и A_3:

$$A_1 = (m_1+m_2)g \cdot S\cos 270° = 0 \quad (2); \quad A_2 = N \cdot S \cdot \cos 90° = 0; \quad (3)$$

$$A_3 = F_{тр} \cdot S \cdot \cos 180° = -F_{тр} \cdot S. \quad (4)$$

Отсюда

$$\Delta E_к = 0 - \frac{(m_1+m_2)v_1^2}{2} = -F_{тр} \cdot S \quad (5); \quad S = \frac{(m_1+m_2)v_1^2}{2F_{тр}}. \quad (6)$$

Сила трения равна $F_{тр} = \mu N = \mu(m_1+m_2)g$. (7)

Скорость тела при попадании в него пули определим из закона сохранения импульса для неупругого взаимодействия в замкнутой системе "тело-пуля":

$$m_2\vec{v} = (m_1+m_2)\vec{v}_1; \quad (8)$$

$$m_2 v = (m_1+m_2)v_1 \quad (9); \quad v_1 = \frac{m_2 v}{m_1+m_2}. \quad (10)$$

Итак, $S = \dfrac{(m_1+m_2)\,m_2^2\,v^2}{(m_1+m_2)^2\cdot 2\mu(m_1+m_2)g} = \dfrac{m_2^2\,v^2}{2\mu g(m_1+m_2)^2}$. (II)

Проверим наименование искомой величины:

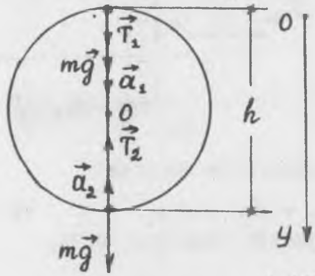
$$[S] = \frac{кг^2\cdot м^2\cdot с^2}{с^2\cdot м\cdot кг^2} = м; \qquad S = \frac{(0,01)^2\cdot 49\cdot 10^4}{2\cdot 0,05\cdot 10\cdot 1} = 50 \text{ м.}$$

Ответ: S = 50 м.

Задача 44. Шарик массой m = 0,2 кг вращают на нити в вертикальной плоскости. На сколько сила натяжения нити в нижней точке траектории будет больше, чем в верхней?

Дано:	Анализ содержания задачи и решение
m = 0,2 кг $\Delta T = T_2 - T_1$ – ?	Рассмотрим шарик, вращающийся на нити, в нижней и верхней точках траектории (рисунок). Шарик находится в поле силы тяжести Земли, со стороны кото-

рой действует сила тяжести $m\vec{g}$. При взаимодействии шарика с нитью в верхней точке траектории на него действует сила натяжения $\vec{T_1}$, в нижней – $\vec{T_2}$. Запишем ОУД для двух положений шарика:



$$m\vec{a_1} = m\vec{g} + \vec{T_1}; \qquad (1)$$

$$m\vec{a_2} = m\vec{g} + \vec{T_2}. \qquad (2)$$

Выполняя проецирование на ось OY, получим:

$$ma_1 = mg + T_1; \qquad (3)$$

$$-ma_2 = mg - T_2. \qquad (4)$$

Отсюда $T_1 = m(a_1 - g);$ (5)

$$T_2 = m(a_2 + g). \qquad (6)$$

Или $\Delta T = T_2 - T_1 = m(a_2+g) - m(a_1-g) = 2mg + m(a_2 - a_1)$. (7)

Центростремительные ускорения в верхней и нижней точках траектории шарика соответственно равны

$$a_1 = \frac{v_1^2}{R} \quad (8); \qquad a_2 = \frac{v_2^2}{R}. \quad (9)$$

Рассмотрим энергетическое состояние шарика в различных положениях. В нижней точке траектории шарик обладает кинетической энергией, равной

$$E_{к_2} = \frac{mv_2^2}{2}. \qquad (10)$$

В верхней точке шарик обладает кинетической и потенциальной энергией, которые равны

$$E_{к_1} = \frac{mv_1^2}{2} \quad (11); \qquad E_{п_1} = mgh, \quad (12)$$

где $h = 2R$.

Отсюда

$$E_{п_1} = 2mgR. \qquad (13)$$

По закону сохранения энергии для замкнутой консервативной системы имеем

$$E_{k_2} = E_{k_1} + E_{n_1} \quad (14); \qquad \frac{mV_2^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + 2mgR. \quad (15)$$

Следовательно,

$$\frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = 2mgR \quad (16); \qquad \frac{V_2^2}{R} - \frac{V_1^2}{R} = 4g. \quad (17)$$

Или $a_2 - a_1 = 4g$ (18); $\Delta T = T_2 - T_1 = 6mg$; (19)

ΔT = 12 Н.

Ответ: $\Delta T = 6mg$ = 12 Н.

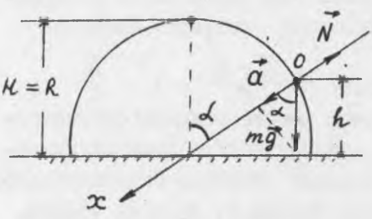
Задача 45. Небольшое тело соскальзывает без трения с вершины полусферы радиусом R. На какой высоте h тело оторвется от поверхности полусферы?

Дано:
R
$h - ?$

Анализ содержания задачи и решение

Тело скользит по поверхности полусферы, находясь в поле силы тяжести Земли, и на него действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Высоту, на которой тело оторвется от поверхности полусферы, найдем из соотношения в прямоугольном треугольнике (рисунок). Запишем выражение для нахождения высоты

$$h = R\cos\alpha. \quad (1)$$



Вычислим центростремительное ускорение $\vec{a}$ из ОУД:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}; \quad (2)$$

$$ma = mg\cos\alpha - N. \quad (3)$$

В момент отрыва тела от поверхности полусферы сила реакции опоры N = 0. Следовательно,

$$ma = mg\cos\alpha; \quad (4)$$

$$a = g\cos\alpha. \quad (5)$$

Так как центростремительное ускорение равно

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (6); \qquad \text{то} \quad \frac{v^2}{R} = g\cos\alpha; \quad (7)$$

$$\cos\alpha = \frac{v^2}{gR} \quad (8); \qquad h = R\frac{v^2}{gR} = \frac{v^2}{g}. \quad (9)$$

Для вычисления скорости v применим закон сохранения энергии в замкнутой консервативной системе. В верхней точке полусферы тело обладало потенциальной энергией, которая равна

$$E_n = mgH = E \quad (10) \quad \text{или} \quad E = E_n = mgR \quad (11)$$

В точке отрыва от поверхности полусферы тело обладает кинетической и потенциальной энергией

$$E' = E'_k + E'_n = \frac{mv^2}{2} + mgh. \quad (12)$$

По закону сохранения энергии для замкнутой консервативной системы

$$E = E' \quad (13); \qquad mgR = \frac{mV^2}{2} + mgh. \quad (14)$$

Отсюда $$2mgR = mV^2 + 2mgh; \quad (15)$$

$$2gR = V^2 + 2gh \quad (16); \qquad V^2 = 2g(R-h). \quad (17)$$

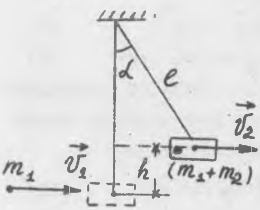
Подставляя выражение (17) в соотношение (9), получим:

$$h = \frac{2g(R-h)}{g} = 2(R-h) \quad (18) \quad \text{или} \quad h = \frac{2}{3}R. \quad (19)$$

Ответ: $h = \frac{2}{3}R$.

Задача 46. Пуля, летевшая горизонтально со скоростью V_1 = 400 м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной ℓ = 4 м, и застревает в нем. Определить угол α, на который отклонится брусок, если масса пули m_1 = 0,02 кг и масса бруска m_2 = 5 кг.

Дано:
V_1 = 400 м/с
ℓ = 4 м
m_1 = 0,02 кг
m_2 = 5 кг
α – ?



Анализ содержания задачи и решение

Будем рассматривать подвешенный на нити брусок и пулю как замкнутую систему, в которой действуют консервативные силы тяжести и натяжения нити. Угол отклонения нити с подвешенным на ней бруском при попадании в него пули найдем, используя соотношения в прямоугольном треугольнике (рисунок). Значение $\cos\alpha$ равно

$$\cos\alpha = \frac{\ell - h}{\ell} = 1 - \frac{h}{\ell}. \quad (1)$$

Для вычисления высоты подъема бруска относительно первоначального состояния применим закон сохранения энергии. Первоначальное состояние бруска примем за нулевой уровень потенциальной энергии. По закону сохранения энергии имеем $$E_к = E_п; \quad (2)$$

$$\frac{(m_1+m_2)V_2^2}{2} = (m_1+m_2)gh \quad (3); \qquad V_2^2 = 2gh; \quad (4)$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g} \quad (5),$$ где V_2 – скорость бруска с пулей после неупругого взаимодействия.

Скорость бруска с пулей $\vec{V_2}$ найдем, применив закон сохранения импульса для системы "брусок–пуля". По закону сохранения импульса имеем

$$m_1\vec{V_1} = (m_1+m_2)\vec{V_2} \quad (6); \qquad m_1V_1 = (m_1+m_2)V_2. \quad (7)$$

Отсюда $v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ (8); $h = \frac{m_1^2 v_1^2}{2g(m_1+m_2)^2}$; (9)

$$\cos\alpha = 1 - \frac{m_1^2 v_1^2}{2g(m_1+m_2)^2 l} . \qquad (10)$$

Проверим наименование: $[\cos\alpha] = \frac{кг^2 \cdot м^2 \cdot с^2}{с^2 \cdot м \cdot кг^2 \cdot м}$. Наименования не имеется.

Итак, $\cos\alpha = 1 - \frac{(0,02)^2 \cdot 16 \cdot 10^4}{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot (5,02)^2} = 0,97$; $\alpha \approx 15^0$.

Ответ: $\alpha \approx 15^0$.

Задача 47. Маховик в виде диска массой m = 80 кг и радиусом R = 0,3 м находится в состоянии покоя. Какую работу необходимо совершить, чтобы сообщить маховику частоту n = 10 об/с ?

Дано:
m = 80 кг
R = 0,3 м
n = 10 об/с

A - ?

Анализ содержания задачи и решение

По теореме о приращении кинетической энергии можно записать

$$E_к - E_{к_0} = A, \qquad (1)$$

где $E_{к_0}$ и $E_к$ - кинетическая энергия маховика в начальном и конечном состоянии, A - работа, которую необходимо совершить некоторой внешней силой $\vec{F}$.

В начальном состоянии маховик покоится, т. е. $E_{к_0} = 0$, в конечном состоянии кинетическая энергия маховика равна

$E_к = \frac{J\omega^2}{2}$, где ω - угловая скорость вращения. (2)

Следовательно,

$A = \frac{J\omega^2}{2}$ (3); $\omega = 2\pi n$. (4)

Момент инерции маховика $J = \frac{1}{2} m R^2$. (5)

Отсюда

$$A = \frac{mR^2}{2 \cdot 2}(2\pi n)^2 = \pi^2 m n^2 R^2; \qquad (6)$$

$A = (3,14)^2 (0,3)^2 \cdot 100 \cdot 80 = 7,1$ кДж.

Ответ: A = 7,1 кДж.

Задача 48. Уравнение углового пути маховика изменяется по следующему закону: $\varphi = 2 + 16t - 2t^2$. Момент инерции маховика J = 50 кг·м^2. Найти закон изменения вращающего момента и мощности.

Дано:
$\varphi = 2 + 16t - 2t^2$
$J = 50$ кг·м^2

M - ? N - ?

Анализ содержания задачи и решение

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения в проекции на ось OZ:

$$M_z = J\varepsilon_z \qquad (1)$$

Угловое ускорение маховика в проекции на ось OZ' равно

$$\varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \qquad (2)$$

Или $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} = 16 - 4t$ (3); $\varepsilon_z = -4$ рад/с^2.

Так как угловое ускорение маховика имеет постоянное значение $\varepsilon_z = 4$ рад/с^2, а значение его проекции на ось OZ отрицательно, значит, маховик движется равнозамедленно. Следовательно, на него действует постоянный тормозящий момент силы, например силы трения. При этом маховик через некоторое время остановится.

Тормозящий момент силы трения найдем из уравнения (I).

Проверим наименование и рассчитаем величину M:

$$[M] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н}\cdot\text{м}; \quad M_z = 50\cdot(-4) = -200\ \text{Н}\cdot\text{м}; \quad M = 200\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Закон изменения мощности найдем следующим образом:

$$N = M\omega \ (4); \qquad N = 200\cdot(16 - 4t); \qquad (5)$$

$$N = 3200 - 800t. \qquad (6)$$

Ответ: $M = 200$ Н·м, $N = 3200 - 800t$.

<u>Задача 49</u>. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью $v = 7{,}2$ км/ч. На какое расстояние S может вкатиться обруч на горку с углом наклона $\alpha = 30^0$ за счет его кинетической энергии?

Дано:	
$v = 7{,}2$ км/ч	2,0 м/с
$\alpha = 30^0$	
S - ?	

Анализ содержания задачи и решение

Обруч одновременно движется поступательно и вращается вокруг оси (рис. I). Полная кинетическая энергия движущегося обруча E_K равна

$$E_K = E_{K_1} + E_{K_2}, \qquad (I)$$

где E_{K_1} - кинетическая энергия поступательного движения обруча, E_{K_2} - кинетическая энергия вращательного движения обруча.

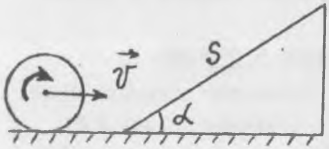


Рис. I

Кинетическая энергия поступательного движения обруча равна

$$E_{K_1} = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия вращательного движения равна

$$E_{K_2} = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J - момент инерции обруча, равный $J = mR^2$. (4)

С учетом того, что угловая скорость ω связана с линейной скоростью по формуле $v = \omega R$ (5), получим

$$E_{K_2} = \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{v^2}{R^2} = \frac{mv^2}{2}. \tag{6}$$

Подставляя выражения (2) и (6) в соотношение (I) для полной кинетической энергии обруча, имеем

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2. \tag{7}$$

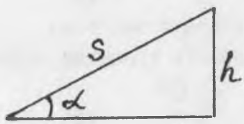


Рис. 2

Определим расстояние S, на которое обруч может вкатиться на горку (рис. 2). Расстояние S равно

$$\sin\alpha = \frac{h}{S} \quad (8); \quad S = \frac{h}{\sin\alpha}. \quad (9)$$

Высоту поднятия обруча на горку определим, применив закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия консервативной системы остается величиной постоянной с течением времени.

Из рис. 3 видим, что у основания наклонной плоскости механическая энергия равна кинетической энергии, а при подъеме обруча на некоторую высоту h полная механическая энергия обруча становится равной его потенциальной энергии. Следовательно,

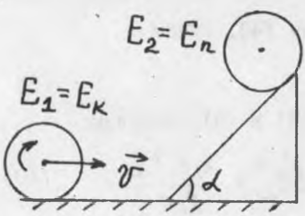


Рис. 3

$$E_1 = E_2 \quad (10); \qquad E_K = E_n, \quad (11)$$

где E_K - полная кинетическая энергия обруча, вычисляемая по формуле (7), а E_n - потенциальная энергия, равная

$$E_n = mgh. \tag{12}$$

Отсюда

$$mv^2 = mgh; \tag{13}$$

$$mv^2 = mgS\sin\alpha; \tag{14}$$

$$S = \frac{v^2}{g\sin\alpha}. \tag{15}$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[S] = \frac{м^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot м} = м; \qquad S = \frac{4}{9{,}81 \cdot 0{,}5} = 0{,}82 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 0{,}82$ м.

Задача 50. Маховое колесо начинает вращаться с угловым ускорением $\varepsilon = 0{,}5$ рад/с^2 и через время $t_1 = 15$ с после начала движения приобретает момент импульса $L = 75{,}0$ кг·м^2/ с. Найти кинетическую энергию махового колеса через время $t_2 = 20$ с после начала движения.

Дано:
$\varepsilon = 0{,}5$ рад/с^2
$t_1 = 15$ с
$L = 75{,}0$ кг·м^2/с
$t_2 = 20$ с
$\omega_0 = 0$

$E_K - ?$

Анализ содержания задачи и решение

Кинетическая энергия вращающегося маховика равна

$$E_K = \frac{J\omega_2^2}{2}, \qquad (1)$$

где J - момент инерции маховика,
ω_2 - угловая скорость вращения через время t_2.

Момент инерции маховика равен $J = \dfrac{mR^2}{2}$. (2)

Найдем массу маховика, используя его момент инерции

$L = m v_1 R = m\omega_1^2 R^2$ (3) ; $m = \dfrac{L}{\omega_1 R^2}$ (4), где ω_1 - угловая скорость вращения махового колеса в момент времени t_1.

Угловые скорости вращения маховика ω_1 и ω_2 равны соответственно

$$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon t_1 \quad (5) \quad ; \qquad \omega_2 = \omega_0 + \varepsilon t_2. \quad (6)$$

Так как $\omega_0 = 0$, то $\omega_1 = \varepsilon t_1$ (7); $\omega_2 = \varepsilon t_2$. (8)

Подставляя выражение (7) в соотношение (4), имеем

$$m = \frac{L}{\varepsilon t_1 R^2}. \qquad (9)$$

Решая совместно уравнения (1), (2), (8) и (9), получим:

$$E_K = \frac{mR^2}{2}\cdot\varepsilon^2 t_2^2 = \frac{L}{\varepsilon t_1 R^2}\cdot\frac{R^2}{2}\cdot\varepsilon^2 t_2^2 = \frac{L\varepsilon t_2^2}{2t_1}. \qquad (10)$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[E_K] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^2}{\text{с}\cdot\text{с}^2\cdot\text{с}} = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{Дж};$$

$$E_K = \frac{75{,}0\cdot 0{,}5\cdot(20)^2}{2\cdot 15} = 500 \text{ Дж}.$$

Ответ: $E_K = 500$ Дж.

Глава 7. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ

7.1. Основные понятия и законы электростатики

Закон Кулона: сила взаимодействия между двумя электрическими зарядами прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$\vec{F} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}\ ;\quad F = \frac{k}{\varepsilon}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\ ;\quad F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где $k = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2, ε - диэлектрическая проницаемость среды, ε_0 - электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м.

Напряженность - это векторная физическая величина, равная отношению силы, действующей на заряд, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\ ;\quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{|q|}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N.$$

Теорема Гаусса: поток вектора напряженности через замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности:

$$\Phi = E\,S\cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\sum_{i=1}^{N} q_i .$$

Индукция электрического поля равна

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}.$$

Напряженность поля заряженной бесконечно длинной нити равна

$$E = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Напряженность поля заряженной бесконечно протяженной плоскости

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Напряженность поля заряженного шара равна

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

Электрический потенциал - скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии точечного пробного заряда, помещенного в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W_п}{q}\ ;\quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r}.$$

Потенциальная энергия взаимодействия между электрическими зарядами равна

$$W_п = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Электрическая емкость уединенного проводника равна отношению

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Электрические емкости конденсаторов:

I) емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d};$$

2) емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}{\ln(R/r)},$$

где R и r-радиусы цилиндров, h - высота коаксиальных цилиндров;

3) емкость сферического конденсатора

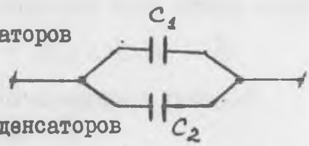
$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r R}{R - r},$$

где r и R - радиусы внутренней и внешней сфер.

Емкость системы конденсаторов:

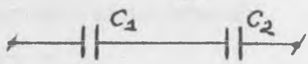
I) параллельное соединение конденсаторов

$$C = C_I + C_2 + \ldots + C_n;$$



2) последовательное соединение конденсаторов

$$\frac{I}{C} = \frac{I}{C_I} + \frac{I}{C_2} + \ldots + \frac{I}{C_n}.$$



Работа по перемещению заряда в электрическом поле равна

$$A = qE(r_1 - r_2) = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\Delta\varphi = qU.$$

Энергия заряженного проводника

$$W_э = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия плоского конденсатора

$$W_э = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 S d}{2} = \frac{\sigma^2 S d}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

где σ - поверхностная плотность заряда на пластинах;
U - разность потенциалов между пластинами (напряжение).

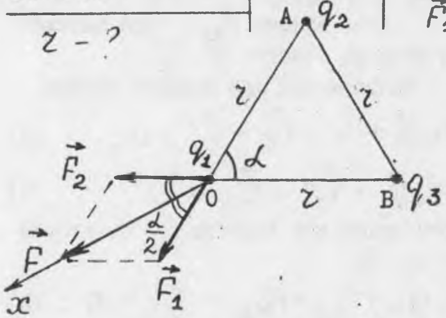
7.2. Методика решения задач на напряженность электрического поля, принцип суперпозиции электрических полей

Задача 5I. Три одинаковых точечных заряда по q = 20 нКл каждый помещены в вершины равностороннего треугольника. На каждый из зарядов действует сила F = 10 мН. Чему равна длина стороны треугольника?

Дано:

$q_1 = q_2 = q_3 = q$ = 20 нКл	$2\cdot10^{-8}$ Кл
F = 10 мН	10^{-2} Н
$\varepsilon = 1$	
$\alpha = 60^0$	

r - ?



Анализ содержания задачи и решение

На каждый из зарядов, помещенных в вершинах равностороннего треугольника, действуют две силы отталкивания со стороны двух других зарядов (рис.). Геометрическая сумма сил $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ равна

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}, \qquad (1)$$

где $\vec{F_1}$ - сила взаимодействия между зарядами q_1 и q_2; $\vec{F_2}$ - сила взаимодействия между зарядами q_1 и q_3. Выберем ось OX и спроецируем векторные величины сил $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ и $\vec{F}$ на эту ось:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x}. \qquad (2)$$

Так как $F_{1x} = F_{2x} = F\cdot\cos\frac{\alpha}{2}$ (3); то $F = 2F_1\cos\frac{\alpha}{2} = 2F_2\cos\frac{\alpha}{2}$. (4)

Угол $\frac{\alpha}{2}$ = 30^0, так как треугольник OAB является равносторонним.

Силу F_1 (или F_2) найдем по закону Кулона:

$$F_1 = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (5); \qquad F_1 = k\frac{q^2}{r^2}. \quad (6)$$

Отсюда

$$F = k\frac{q^2}{r^2}\cos 30^0 \quad (7); \qquad r = q\sqrt{\frac{k\cos 30^0}{F}}. \quad (8)$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[r] = \text{Кл}\sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Н}\cdot\text{Кл}^2}} = \text{м}, \qquad r = 2\cdot10^{-8}\sqrt{\frac{9\cdot10^9\cdot0,86}{10^{-2}}} = 1,9 \text{ см}.$$

Ответ: r = 1,9 см.

Задача 52. Одинаковые шарики массой по 0,2 г подвешены на нити так, как показано на рис. 1. Расстояние между шариками r = 3 см. Найти силу натяжения нити на участках ОВ и ВС, если шарикам сообщили одинаковые по модулю заряды q = 10 нКл.

Дано:

$m = 0{,}2$ г	$0{,}2\cdot 10^{-3}$ кг
$r = 3$ см	$3\cdot 10^{-3}$ м
$\varepsilon = 1$	
$\lvert q_1\rvert = \lvert q_2\rvert = q = 10$ нКл	10^{-8} Кл
$T_1 - ?$ $T_2 - ?$	

Анализ содержания задачи и решение

Допустим, что шарики заряжены одноименно. Рассмотрим силы, действующие на каждый из шариков (рис. 2).

На шарик 1 действуют следующие силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$, сила натяжения нити на участке ОВ $\vec{T}_1$, сила Кулона $\vec{F}_{\kappa_1}$, сила натяжения нити на участке ВС $\vec{T}_2'$; на шарик 2 – сила тяжести $m_2\vec{g}$, сила Кулона $\vec{F}_{\kappa_2}$, сила натяжения нити на участке ВС $\vec{T}_2''$.

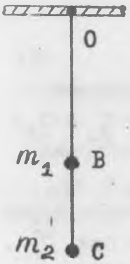


Рис. 1

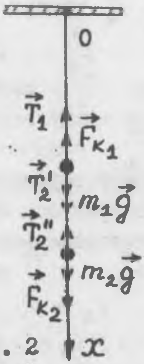


Рис. 2

Запишем ОУД для каждого шарика:

$$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\kappa_1} + \vec{T}_2' = 0 ; \qquad (1)$$

$$m_2\vec{g} + \vec{T}_2'' + \vec{F}_{\kappa_2} = 0 . \qquad (2)$$

Спроецируем все векторы сил на выбранную ось ОХ:

$$m_1 g_x + T_{1x} + F_{\kappa_1 x} + T_{2x}' = 0 ; \qquad (3)$$

$$m_2 g_x + T_{2x}'' + F_{\kappa_2 x} = 0 ; \qquad (4)$$

$$m_1 g - T_1 - F_{\kappa_1} + T_2' = 0 \quad (5); \qquad m_2 g - T_2'' + F_{\kappa_2} = 0 . \qquad (6)$$

Учтем, что $F_{\kappa_1} = F_{\kappa_2} = F_\kappa$; $T_2' = T_2'' = T_2$, так как масса нити пренебрежимо мала.

Получим

$$\begin{cases} m_1 g - T_1 - F_\kappa + T_2 = 0, & (7)\\ m_2 g - T_2 + F_\kappa = 0 . & (8)\end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, имеем

$$(m_1 + m_2) g - T_1 = 0 ; \qquad (9)$$

$$T_1 = (m_1 + m_2) g = 2mg ; \qquad (10)$$

$$T_2 = m_2 g + F_\kappa . \qquad (11)$$

Сила Кулона равна $F_\kappa = k\dfrac{q^2}{r^2}$. (12)

Отсюда $$T_2 = m_2 g + k\frac{q^2}{r^2}. \qquad (13)$$

Проверим наименование и произведем вычисления сил:

$$[T_1] = \text{кг}\cdot\text{м/с}^2 = \text{Н}; \quad [T_2] = \text{кг}\cdot\text{м/с}^2 + \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}^2}{\text{м}^2\cdot\text{Кл}^2} = \text{Н};$$

$$T_1 = 2\cdot 0{,}2\cdot 10^{-3}\; 9{,}81 = 4 \text{ мН};$$

$$T_2 = 0{,}2\cdot 10^{-3}\; 9{,}81 + \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 10^{-16}}{3\cdot 10^{-6}} = 3 \text{ мН}.$$

Ответ: $T_1 = 4$ мН; $T_2 = 3$ мН.

Для самостоятельной работы студентам предлагается найти силы натяжения нитей при условии, что шарики заряжены разноименно.

<u>Задача 53</u>. Четыре одинаковых точечных заряда по $q = 10$ нКл каждый расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найти силу F, действующую со стороны трех зарядов на четвертый.

Дано:	
$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q = 10$ нКл	10^{-8} Кл
$a = 10$ см	0,1 м
$\varepsilon = 1$	
F – ?	

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Рассмотрим силы взаимодействия заряда q_1 с зарядами q_2, q_3 и q_4 (рис. 1). Найдем результирующую сил $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{14}$ (рис. 2, а,б).

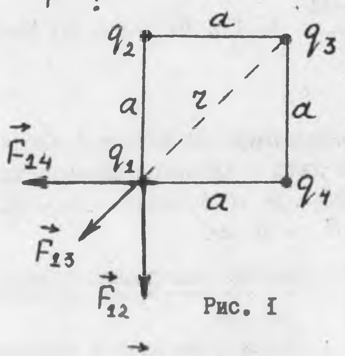


Рис. 1

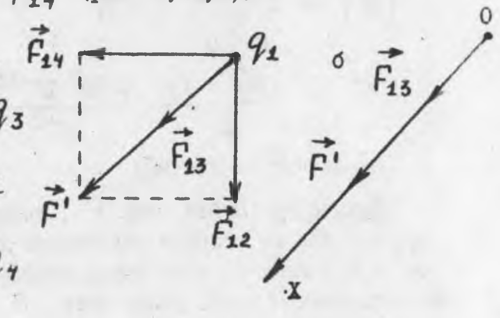


Рис. 2

Сила $\vec{F}$ равна векторной сумме сил $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{14}$ (рис. 2, а):

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}. \qquad (1)$$

Векторную сумму сил $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{14}$ можно заменить вектором силы $\vec{F}'$ (рис. 2, б), где $$\vec{F}' = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}. \qquad (2)$$

Выберем ось OX и спроецируем векторы сил на эту ось:

$$F_x = F_{12_x} + F_{14_x} + F_{13_x}\,, \qquad (3)$$

$$F_x = F'_x + F_{13_x}\,, \qquad (4)$$

$$F = F' + F_{13}\,. \qquad (5)$$

Найдем значение сил F' и F_{13}:

$$F' = \sqrt{F_{12}^2 + F_{14}^2} \qquad (6)$$

Так как $F_{12} = F_{14}$, то $F' = \sqrt{2F_{12}^2} = \sqrt{2}\,F_{12}\,.$ (7)(7)

По закону Кулона модули сил F_{12} и F_{13} равны

$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{a^2} = k\frac{q^2}{a^2}\,. \qquad (8)$$

$F' = k\sqrt{2}\,\frac{q^2}{a^2}$ (9); $\quad F_{13} = k\,\frac{q^2}{r^2}$ (10); $\quad r = a\sqrt{2}\,.$ (11)

Отсюда

$$F = k\,\frac{q^2}{a^2}\sqrt{2} + k\,\frac{q^2}{2a^2} = \frac{(2\sqrt{2}+1)}{2}\,\frac{kq^2}{a^2}. \qquad (12)$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[F] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}^2}{\text{Кл}^2\cdot\text{м}^2} = \text{Н};$$

$$F = \frac{(2\sqrt{2}+1)}{2}\cdot\frac{9\cdot10^9\cdot10^{-16}}{10^{-2}} = 172\cdot10^{-6}\ \text{Н} = 172\ \text{мкН}.$$

Ответ: F = 172 мкН.

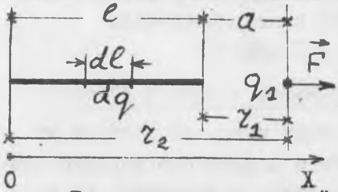
Задача 54. Найти силу F, действующую на точечный заряд q_1 = 4 нКл со стороны заряженной нити с линейной плотностью λ = 0,2 мкКл/м, если заряд помещен на расстоянии a = 10 см на продолжении нити. Длина нити ℓ = 20 см.

Дано:		
q_1 = 4 нКл	$4\cdot10^{-9}$ Кл	
λ = 0,2 мкКл/м	$0{,}2\cdot10^{-6}$ Кл/м	
a = 10 см	0,1 м	
ℓ = 20 см	0,2 см	
ε = 1		
F – ?		

Анализ содержания задачи и решение

Заряженная нить и точечный заряд q_1 имеют одноименные заряды, поэтому отталкиваются. Кулоновская сила отталкивания, действующая на заряд q_1, изображена на рисунке.

Представим заряд, распределенный на нити, как некоторую совокупность точечных зарядов. Для этого разобъем длину нити на бесконечное количество участков с длиной $d\ell$, на каждом из которых находится заряд dq. Силу взаимодействия зарядов q_1 и dq можно выразить по закону Кулона:



$$dF = \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{|q_1||dq|}{r^2} = \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q_1\,dq}{r^2}. \qquad (1)$$

Для вычисления полной силы $\vec F$ необходимо выполнить векторное сложение всех сил $d\vec F$. Это приводит к интегрированию по всей длине нити предыдущего выражения (1),

$$\vec F = dF \; . \qquad (2)$$

Слагаемые силы вида $d\vec F$ направлены вдоль выбранного направления оси OX, поэтому модуль полной силы F определяется при интегрировании:

$$F = \int_{\ell} dF = \int_{r_1}^{r_2} \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q_1\,dq}{r^2}. \qquad (3)$$

Выразим заряд элемента нити dq через линейную плотность электрического заряда:

$$dq = \lambda\,d\ell = \frac{q}{\ell}\,d\ell . \qquad (4)$$

Пределы интегрирования равны соответственно

$$r_1 = a \quad (5); \qquad r_2 = \ell + a . \qquad (6)$$

Элементы $d\ell$ и dr равны между собой: $d\ell = dr$.

Следовательно,

$$F = \int_a^{\ell+a} \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q_1\lambda\,dr}{r^2} = \frac{k}{\varepsilon}\,q_1\lambda \int_a^{\ell+a} \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{k}{\varepsilon}\,q_1\lambda\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_a^{\ell+a} = -\frac{k}{\varepsilon}\,q_1\lambda\left(\frac{1}{\ell+a} - \frac{1}{a}\right). \qquad (7)$$

Отсюда $$F = \frac{k}{\varepsilon}\,q_1\lambda\,\frac{\ell}{a(\ell+a)}. \qquad (8)$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[F] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}}{\text{Кл}^2\cdot\text{м}}\cdot\frac{\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{м}\cdot\text{м}} = \text{Н}; \qquad F = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-2}}{10^{-2}\cdot 3\cdot 10^{-2}} =$$

$= 40$ мкН.

Ответ: $F = 40$ мкН.

<u>Задача 55</u>. Какой угол α с вертикалью составит нить, на которой висит шарик массой m = 25 мг, если поместить его в горизонтальное однородное электрическое поле с напряженностью E = 35 В/м, сообщив шарику заряд q = 7 мкКл ?

<u>Дано</u>:

m = 25 мг	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$ кг
E = 35 В/м	
q = 7 мкКл	$7 \cdot 10^{-6}$ Кл
α - ?	

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Для определения угла, на который отклонится нить с заряженным шариком, рассмотрим все силы, действующие на этот шарик (рисунок). На шарик действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и электрическая сила $\vec{F}_э$, обусловленная электрическим полем с напряженностью $\vec{E}$.

Запишем условие равновесия шарика:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0; \qquad (1)$$

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_э = 0 . \qquad (2)$$

Выберем оси и спроецируем векторы сил на эти оси:

на ось ОХ: $-T\sin\alpha + F_э = 0$; (3)

на ось ОУ: $-mg + T\cos\alpha = 0$. (4)

Решим полученную систему уравнений

$$\begin{cases} T\sin\alpha = F_э; & (5) \\ T\cos\alpha = mg; & (6) \end{cases}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_э}{mg}; \qquad (7)$$

$$\alpha = \mathrm{arctg}\,\frac{F_э}{mg}. \qquad (8)$$

Сила $F_э$, обусловленная действием электрического поля, равна

$$F_э = qE . \qquad (9)$$

Отсюда

$$\alpha = \mathrm{arctg}\,\frac{qE}{mg}. \qquad (10)$$

Проверим наименование выражения, стоящего под знаком arctg:

$$\left[\frac{qE}{mg}\right] = \frac{Кл \cdot Н \cdot с^2}{Кл \cdot кг \cdot м} = \frac{Н}{Н}$$ – безразмерная величина.

Проведем вычисления и найдем значение угла α, на который отклонится нить с заряженным шариком:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{7 \cdot 10^{-6} \cdot 35}{2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 10} = 1, \quad \alpha = \operatorname{arctg} 1, \quad \alpha = 45^0.$$

Ответ: $\alpha = 45^0$.

Задача 56. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся электрические заряды $+q$, $+q$, $-q$. Найти напряженность поля в центре треугольника.

Дано:

a, $\alpha = 60^\circ$

$q_1 = +q$

$q_2 = +q$

$q_3 = -q$

E - ?

Анализ содержания задачи и решение

Каждый из зарядов в вершинах треугольника создает в его центре напряженность $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_3$ (рис. 1). Суммарный вектор напряженности $\vec{E}$ равен геометрической сумме векторов $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_3$ (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 . \qquad (1)$$

Заменим геометрическую сумму векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ через вектор $\vec{E}'$ (рис. 2,а,б):

$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \qquad (2)$$

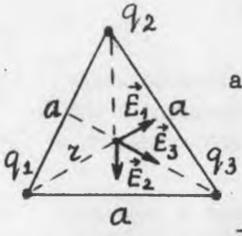


Рис. 1

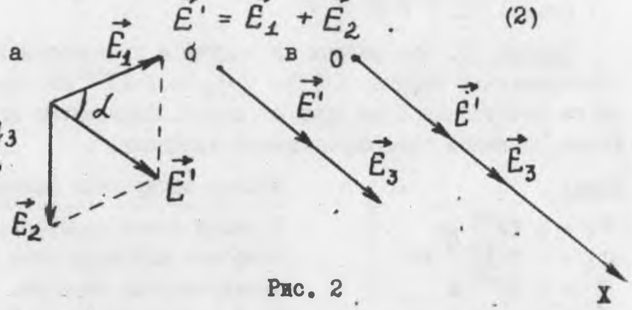


Рис. 2

Выберем ось ОХ и спроецируем векторы напряженностей на эту ось (рис. 2, в): $\quad E = E' + E_3 . \qquad (3)$

Модули напряженностей E_1, E_2 и E_3 равны друг другу:

$$E_1 = E_2 = E_3 = k \frac{|q|}{r^2} , \qquad (4)$$

где r - расстояние от вершины треугольника до его центра.

Расстояние r найдем из геометрических преобразований (рис. 3):

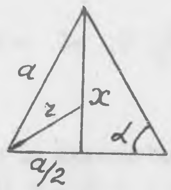


Рис. 3

$$r = \frac{2}{3}x \quad (5); \qquad x = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad (6)$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \quad (7)$$

Отсюда

$$E_1 = E_2 = E_3 = k\,\frac{3|q|}{a^2}. \quad (8)$$

Модуль напряженности E' равен

$$E' = 2E_1\cos 60^\circ = 2k\,\frac{3|q|}{a^2}\cdot E' = k\,\frac{3|q|}{a^2}. \quad (9)$$

Подставляя выражения (8) и (9) в уравнение (3), имеем

$$E = 6k\,\frac{|q|}{a^2}. \quad (10)$$

Проверим наименование:

$$[E] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}}{\text{Кл}^2\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

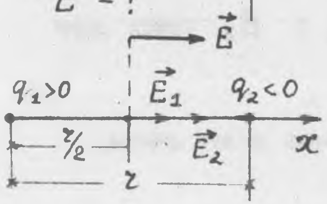
Ответ: $E = 6k\,\dfrac{|q|}{a^2}$.

Задача 57. Два равных по модулю и противоположных по знаку электрических заряда $|q_1| = |q_2| = 2\cdot10^{-8}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность в точке, лежащей посередине между зарядами.

Дано:

$q_1 = 2\cdot10^{-8}$ Кл
$q_2 = -2\cdot10^{-8}$ Кл
$r = 5\cdot10^{-2}$ м
$\varepsilon = 1$

E – ?



Анализ содержания задачи и решение

В любой точке пространства электростатическое поле создается неподвижным электрическим зарядом. Если зарядов несколько, то происходит наложение полей по принципу суперпозиции (рисунок) В нашем случае вектор напряженности в точке, лежащей посередине между зарядами, равен

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (1)$$

где $\vec{E}_1$ – напряженность поля заряда q_1;
$\vec{E}_2$ – напряженность поля заряда q_2.

Так как заряды q_1 и q_2 равны по модулю и точка поля, в которой находится напряженность, равноудалена от каждого из зарядов (расположена в середине расстояния между зарядами), то равны модули векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Поэтому соотношение (I) принимает следующий вид

$$\vec{E} = 2\vec{E}_1 . \qquad (2)$$

Для модуля вектора $\vec{E}$ при его проецировании на выбранную ось можно записать

$$E = 2E_1 . \qquad (3)$$

Модуль вектора $\vec{E}_1$ вычисляется по формуле

$$E_1 = k\frac{|q_1|\cdot 4}{r^2} = 4k\frac{q_1}{r^2} . \qquad (4)$$

Тогда

$$E = 8k\frac{q_1}{r^2} . \qquad (5)$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[E] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}}{\text{Кл}^2\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \text{В/м};$$

$$E = \frac{9\cdot 10^9\cdot 8\cdot 2\cdot 10^{-8}}{25\cdot 10^{-4}} = 6\cdot 10^5 \text{ В/м} = 600 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: E = 600 кВ/м.

Задача 58. Электрический заряд $q = 3\cdot 10^{-8}$ Кл равномерно распределен по тонкому кольцу с радиусом R = 0,2 м. Определить напряженность в центре кольца и на оси кольца на расстоянии h = 0,3 м от его центра.

Дано:

$q = 3\cdot 10^{-8}$ Кл
R = 0,2 м
h = 0,3 м
ε = 1

E - ?

Анализ содержания задачи и решение.

Определим напряженность электрического поля на оси кольца (рис. 1). Заряд, равномерно распределенный по кольцу, можно рассматривать как некоторую совокупность точечных зарядов dq на элементах длины кольца dl. Линейную плотность заряда можно вычислить по формуле

$$\lambda = \frac{q}{l} = \frac{q}{2\pi R} . \qquad (1)$$

Тогда заряд на элементе длины кольца равен

$$dq = \lambda dl = \frac{q}{2\pi R}dl \qquad (2)$$

Напряженность поля в точке 0, созданную зарядом dq, обозначим $d\vec{E}$. Если рассматривать всю совокупность таких зарядов при обходе по кольцу радиуса R, то соответствующие векторы $d\vec{E}_1$, $d\vec{E}_2$, ..., $d\vec{E}_n$ будут расположены таким образом, что будут создавать поверхность конуса с углом при вершине конуса 2α.

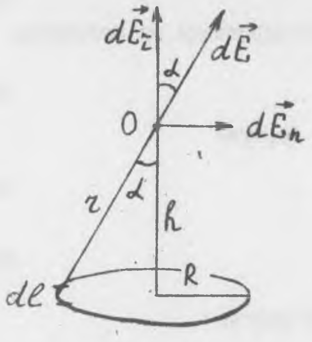


Рис. I

Для определения суммарного вектора напряженности $\vec{E}$ достаточно найти интеграл по всей длине кольца:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} . \tag{3}$$

Возьмем элемент длины кольца dl (рис. 1). Вектор напряженности в точке 0 равен $d\vec{E}$. Разложим его на две составляющие $d\vec{E}_\tau$ и $d\vec{E}_n$:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_\tau + d\vec{E}_n . \tag{4}$$

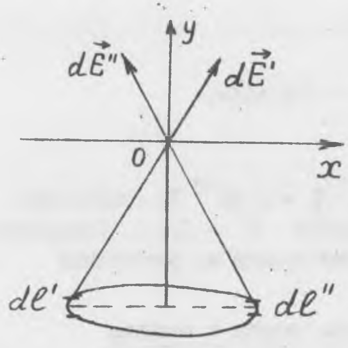


Рис. 2

Найдем значение каждой из этих составляющих. Для вычисления $d\vec{E}_n$ выделим на заряженном кольце два элемента длины dl' и dl'' (рис. 2). Каждый из них создает в точке 0 свое значение напряженности $d\vec{E}'$ и $d\vec{E}''$, которые направлены взаимно противоположно. Следовательно,

$$dE' = dE'' . \tag{5}$$

Это равенство будет выполняться при последовательном переходе по заряженному кольцу от одной пары симметрично расположенных зарядов к другой $(d\vec{E}_n = 0)$.

Найдем значение dE_τ:

$$dE_\tau = dE \cos\alpha . \tag{6}$$

Вычислим значение dE как для точечного заряда:

$$dE = k\frac{dq}{\varepsilon r^2} = k\frac{\lambda dl}{\varepsilon r^2} . \tag{7}$$

Значение $\cos\alpha$ определим по рис. 1:

$$\cos\alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} . \qquad (8)$$

Подставляя выражения (7) и (8) в формулу (6), имеем

$$dE_r = k\frac{\lambda dl}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2+R^2}} = \frac{k\lambda dl\, h}{\varepsilon\sqrt{(h^2+R^2)^3}} . \qquad (9)$$

Проинтегрируем полученное выражение по всей длине кольца:

$$\int dE_r = \int_l \frac{k\lambda h\, dl}{\varepsilon\sqrt{(h^2+R^2)^3}} ; \qquad (10)$$

$$E_r = \frac{k\lambda h}{\varepsilon\sqrt{(h^2+R^2)^3}}\int_l dl = \frac{k\lambda h l}{\varepsilon\sqrt{(h^2+R^2)^3}} . \qquad (11)$$

С учетом того, что $q = \lambda l$, имеем

$$E = E_r = \frac{kqh}{\varepsilon\sqrt{(h^2+R^2)^3}} . \qquad (12)$$

Проверим наименование и произведем расчет:

$$[E] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{Кл}^2\cdot\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}} ;$$

$$E = \frac{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-8}\cdot0{,}3}{(0{,}04 + 0{,}03)^3} = 1{,}7 \text{ кВ/м}.$$

Определим напряженность поля в центре кольца. Для этого случая $h = 0$. Отсюда и $E = 0$. Если заряд кольца рассматривать как некоторую совокупность точечных зарядов, то для каждой пары симметрично расположенных зарядов dq' и dq'' соответствующие векторы $d\vec{E}'$ и $d\vec{E}''$ направлены в противоположные стороны (рис.3).

Рис. 3

$$d\vec{E}' + d\vec{E}'' = 0 ; \quad \vec{E} = \int_l d\vec{E} = 0; \quad E = 0.$$

При $h \to \infty$ получим

$$(h^2 + R^2) = h^2\left(1 + \left(\frac{R}{h}\right)^2\right) ; \left(\frac{R}{h}\right)^2 \to 0;$$

$$E = \frac{kqh}{\varepsilon h^3} = \frac{kq}{\varepsilon h^2} .$$

Ответ: $E = 1{,}7$ кВ/м на оси кольца, $E = 0$ в центре кольца.

Задача 59. Найти напряженность поля заряженной бесконечной пластины с поверхностной плотностью заряда на ней σ = 354 нКл/м^2.

Дано:

σ = 354 нКл/м^2 | $3{,}54 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2

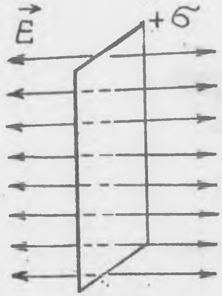
ε = 1

ε_o = $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

E - ?

Анализ содержания задачи и решение

Для определения напряженности поля заряженной бесконечной пластины применим теорему Гаусса. Рассмотрим заряженную пластину, поле которой расположено по обе стороны от нее (рисунок).



По теореме Гаусса

$$\Phi = E \cdot S \cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_o \varepsilon} \sum_{i=1}^{N} q_i \;, \quad (1)$$

где q_i - алгебраическая сумма зарядов, находящихся на поверхности пластины.

Так как пластина имеет две поверхности, то $S = 2S'$, (2)

где S' - площадь одной поверхности пластины,

S - площадь двух поверхностей пластины.

Выражение для заряда q_i имеет вид

$$q_i = \sigma S' . \quad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в теорему (1), имеем

$$E \cdot S \cdot \cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_o \varepsilon} \sigma S'; \quad (4)$$

$$E \cdot 2S' \cdot \cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_o \varepsilon} \sigma S' , \quad (5)$$

где $\alpha = 0^o$, так как вектор напряженности $\vec{E}$ и вектор нормали к плоскости пластины $\vec{n}$ сонаправлены.

Отсюда

$$2E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o \varepsilon} \; ; \quad (6) \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o \varepsilon} . \quad (7)$$

Проверим наименование и произведем расчет для величины:

$$[E] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{Ф}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м} \cdot \text{Ф}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{м} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}} ; \qquad E = 20 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: E = 20 кВ/м.

Задача 60. С какой силой электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на каждый метр заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Поверхностная плотность заряда на плоскости $\sigma = 4\cdot 10^{-6}$ Кл/м^2, линейная плотность заряда на нити $\lambda = 5\cdot 10^{-5}$ Кл/м.

Дано:

$\sigma = 4\cdot 10^{-6}$ Кл/м^2

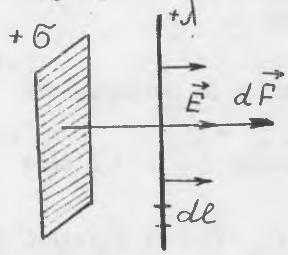
$\lambda = 5\cdot 10^{-5}$ Кл/м

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м

$\ell = 1$ м

F_0 - ?



Анализ содержания задачи и решение

Изобразим на рисунке часть заряженной плоскости и нити. Пусть для определенности заряд нити и плоскости положителен. Следовательно, на нить стороны заряженной плоскости будет действовать сила отталкивания. Представим нить, состоящую из отдельных элементарных отрезков длиной $d\ell$ каждый. Тогда весь заряд нити можно рассматривать как некоторую совокупность точечных зарядов dq каждый. Действующую на такой заряд силу $d\vec{F}$ можно найти по выражению

$$d\vec{F} = dq\,\vec{E} = \lambda \vec{E}\, d\ell, \qquad (1)$$

где $\vec{E}$ - напряженность поля заряженной плоскости.

Проинтегрировав выражение (1), получим соотношение для силы:

$$\vec{F} = \int_\ell d\vec{F} = \int_\ell \lambda \vec{E}\, d\ell = \lambda \vec{E}\,\ell. \qquad (2)$$

В этом случае учтем, что поле, созданное заряженной бесконечной плоскостью, однородно, т. е. вектор напряженности остается постоянным в любой точке поля ($\vec{E} = const$).

Вычислим силу, действующую на каждый метр заряженной бесконечно длинной нити:

$$\vec{F_0} = \frac{\vec{F}}{\ell} = \lambda \vec{E}. \qquad (3)$$

Так как $\lambda > 0$, то вектор силы $\vec{F_0}$ совпадает с направлением вектора напряженности $\vec{E}$.

Для модуля силы F_0 имеем $F_0 = \lambda E$. (4)

Применяя теорему Гаусса, в предыдущей задаче мы получ выражение для напряженности поля заряженной бесконечной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} \quad (5); \qquad F_0 = \frac{\lambda\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \quad (6)$$

$$[F_0] = \frac{\text{Кл}\cdot\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{Ф}\cdot\text{м}} = \frac{\text{Кл}\cdot\text{Кл}\cdot\text{В}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad F_0 = \frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 5\cdot 10^{-5}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 11{,}2 \text{ Н/м}.$$

Ответ: $F_0 = 11{,}2$ Н/м.

Задача 61. Два длинных одноименно заряженных провода расположены на расстоянии $r_1 = 20$ см друг от друга. Линейная плотность заряда на них $\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Определить напряженность в точке, удаленной от каждого провода на расстояние $r_2 = 20$ см.

Дано:

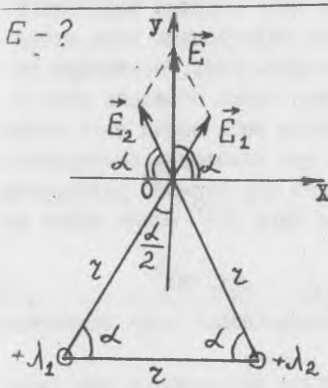
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м

$r_1 = r_2 = r = 0{,}2$ м

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

$E - ?$



Анализ содержания задачи и решение

В точке 0 электрическое поле создано зарядами положительно заряженных нитей (рисунок). Имеет место случай суперпозиции электрических полей: первый провод создает в точке 0 напряженность $\vec{E}_1$, а второй $\vec{E}_2$. Векторная сумма этих напряженностей равна вектору напряженности в точке 0:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \qquad (1)$$

Или в проекциях на выбранные оси

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} . \qquad (2)$$

Найдем значения E_x и E_y соответственно:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1 \cos\alpha - E_2 \cos\alpha = 0; \quad (3)$$

$$E_y = E_1 \cos\frac{\alpha}{2} + E_2 \cos\frac{\alpha}{2} = 2E_1 \cos\frac{\alpha}{2} . \quad (4)$$

Для вычисления E_1 или E_2 применим выражение, полученное на основе применения теоремы Гаусса:

$$E_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \quad (5); \qquad E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} . \quad (6)$$

С учетом выражений (3) — (6) соотношение (2) принимает следующий вид:

$$E = E_y = 2 \cdot \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}\,\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} . \qquad (7)$$

Проверим наименование и произведем расчет для величины напряженности:

$$[E] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}} ;$$

$$E = \frac{\sqrt{3} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}2} = 3{,}1 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: $E = 3{,}1$ кВ/м.

Задача 62. С какой силой притягиваются две разноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой по модулю поверхностной плотностью заряда на них $|\sigma| = 2\cdot 10^{-8}$ Кл/м^2?

Дано:

$\sigma_1 = 2\cdot 10^{-8}$ Кл/м^2

$\sigma_2 = -2\cdot 10^{-8}$ Кл/м^2

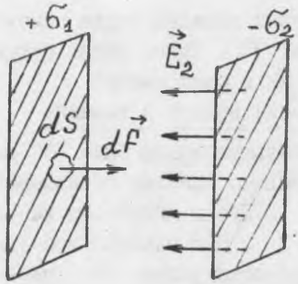
$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

F_0 – ?

Анализ содержания задачи и решение

Разноименно заряженные пластины притягиваются друг к другу с некоторой силой: электростатическое поле одной пластины действует на заряды другой пластины (рисунок). Вычислим силовое воздействие на заряды левой пластины со стороны электростатического поля правой плоскости. Для этого выделим на левой плоскости бесконечно малый участок площади dS, несущий на себе заряд dq, который можно считать точечным. Этот заряд находится в электростатическом поле правой плоскости. Так как плоскости бесконечно протяженные, то электростатическое поле, создаваемое ими, однородно, т. е. $\vec{E}_2 = const$.



Модуль напряженности правой плоскости E_2 связан с поверхностной плотностью заряда соотношением, полученным на основе теоремы Гаусса:
$$E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \tag{1}$$

Так как сила dF, действующая на заряд dq со стороны электростатического поля правой плоскости, равна
$$dF = |dq|E_2, \tag{2}$$
то, подставляя выражение (1) в соотношение (2), имеем
$$dF = |dq|\frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \tag{3}$$

Выразим величину заряда dq через поверхностную плотность электрического заряда
$$dq = |\sigma_1|dS. \tag{4}$$

Получим
$$dF = \frac{|\sigma_1||\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}dS. \tag{5}$$

Проинтегрируем полученное выражение для силы dF по поверхности с площадью S:
$$F = \int_S \frac{|\sigma_1||\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}dS = \frac{|\sigma_1||\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}S. \tag{6}$$

Величина силы F_0, действующей на единицу площади плоскости, равна
$$F_0 = \frac{F}{S}. \tag{7}$$

Отсюда $F_0 = \dfrac{|\sigma_1||\sigma_2|}{2\varepsilon_0\varepsilon}$, (8)

где σ_1 и σ_2 - поверхностные плотности распределения электрического заряда на правой и левой плоскости.

Проверим наименование и произведем расчет для величины силы:

$$[F_0] = \frac{\text{Кл Кл Н м}^2}{\text{м}^2\,\text{м}^2\text{Кл}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}; \quad F_0 = \frac{(2\cdot 10^{-8})^2}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 2{,}26 \text{ кН/м}^2.$$

Ответ: $F_0 = 2{,}26$ кН/м^2.

7.3. Методика решения задач на потенциал и разность потенциалов электрического поля, работу и энергию

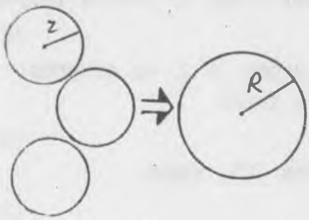
Задача 63. N одинаковых шарообразных капелек ртути одноименно заряжены до одного и того же потенциала φ'. Каков будет потенциал большой капли ртути после слияния их в одну каплю?

Дано:
$\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_N = \varphi'$
N

φ - ?

Анализ содержания задачи и решение

До слияния в большую каплю было N заряженных положительно капелек одинакового потенциала φ'. Пусть каждая из капелек имела радиус r. При слиянии в большую каплю ее радиус стал равен R (рисунок).



Потенциал большой капли равен

$$\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\frac{Q}{R}, \tag{1}$$

где $Q = Nq$ (2), находится как алгебраическая сумма всех зарядов капелек. Отсюда

$$\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\frac{Nq}{R}. \tag{3}$$

При слиянии капелек постоянной величиной остается их объем

$$V = V', \tag{4}$$

где $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (5); и $V' = \frac{4}{3}\pi r^3$ (6) соответственно объемы большой и маленькой капли.

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r^3\cdot N; \tag{7}$$

$$R = r\sqrt[3]{N}. \tag{8}$$

Отсюда выражение для потенциала большой капли принимает вид

$$\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\frac{Nq}{R} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{Nq}{r\sqrt[3]{N}} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{q}{r}\sqrt[3]{N^2}. \tag{9}$$

Так как потенциал каждой капельки известен и равен

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_N = \varphi' = \frac{k}{\varepsilon} \frac{q}{r}, \qquad (10)$$

то можно найти значение радиуса этой капельки:

$$r = \frac{k q}{\varepsilon \varphi'}. \qquad (11)$$

С учетом выражения (11) получим

$$\varphi = \frac{k q \varepsilon}{\varepsilon k q} \varphi' \sqrt[3]{N^2} = N^{2/3} \varphi'. \qquad (12)$$

Ответ: $\varphi = N^{2/3} \varphi'$.

Задача 64. Два точечных одноименных заряда $q_1 = q_2 = 10^{-8}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии $r_1 = 1$ м друг от друга. Какую работу необходимо совершить, чтобы их сблизить до расстояния $r_2 = 0{,}5$ м?

Дано:

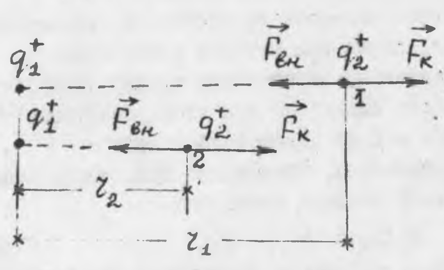
$q_1 = q_2 = 10^{-8}$ Кл
$r_1 = 1$ м
$r_2 = 0{,}5$ м
$\varepsilon = 1$
$k = 9 \cdot 10^9$ Н·м^2/Кл^2

$A_{вн}$ - ?

Анализ содержания задачи и решение

Одноименные заряды отталкиваются при взаимодействии друг с другом, поэтому на каждый из зарядов действует кулоновская сила отталкивания $\vec{F}_к$ (рисунок). Следовательно, для переноса заряда q_2 в точку 2 необходимо действие некоторой внешней силы $\vec{F}_{вн}$. Причем для движения заряда q_2 с постоянной скоростью необходимо условие равенства сил:

$$\vec{F}_{вн} = -\vec{F}_к. \qquad (1)$$



Отсюда следует, что искомая работа внешней силы по перемещению заряда q_2 из точки 1 в точку 2 численно равна кулоновской силе, взятой с обратным знаком:

$$A_{вн} = -A_к, \qquad (2)$$

где $A_{вн}$ - работа внешней силы на участке $1 \longrightarrow 2$, $A_к$ - работа кулоновской силы на этом же участке.

Кулоновская сила является консервативной, поэтому работа этой силы равна убыли потенциальной энергии:

$$A_к = W_{п_1} - W_{п_2} = q_2 (\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (3)$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точечного заряда q_1 в точках I и 2 соответственно.

Найдем значения этих потенциалов:

$$\varphi_1 = \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q_1}{r_1} \quad (4); \qquad \varphi_2 = \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q_1}{r_2}. \qquad (5)$$

Тогда выражение (3) принимает следующий вид:

$$A_к = \frac{k}{\varepsilon} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{k}{\varepsilon} q_1 q_2 \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}. \qquad (6)$$

С учетом того, что $A_{вн} = - A_к$, будем иметь

$$A_{вн} = \frac{k}{\varepsilon} q_1 q_2 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2}. \qquad (7)$$

Проверим наименование и произведем расчет величины работы:

$$[A_{вн}] = \frac{Н\cdot м^2 \cdot Кл \cdot Кл \cdot м}{Кл^2 \cdot м^2} = Н\cdot м = Дж;$$

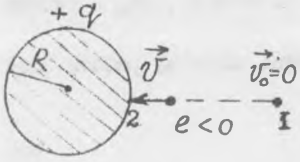
$$A_{вн} = 9\cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{(1 - 0,5)}{1\cdot 0,5} = 0,9 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $A_{вн} = 0,9$ мкДж.

Задача 65. На шарике радиусом $R = 2\cdot 10^{-2}$ м находится электрический заряд $q = 4\cdot 10^{-12}$ Кл. С какой скоростью подлетает к шарику электрон, начавший свое движение из бесконечно удаленной от него точки?

Дано:
$R = 2\cdot 10^{-2}$ м
$q = 4\cdot 10^{-12}$ Кл
$\varphi_\infty = 0$
$e = -1,6\cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 9,1\cdot 10^{-31}$ кг
$v_0 = 0$

v – ?



Анализ содержания задачи и решение

Электрон движется из бесконечно удаленной точки, потенциал которой равен нулю, к положительно заряженному шарику (рисунок). Скорость электрона при этом увеличивается с $v_0 = 0$ до некоторого значения v. Следовательно, происходит приращение кинетической энергии электрона

$$\Delta E_к = E_к - E_{к_0}. \qquad (1)$$

Согласно теореме о приращении кинетической энергии можно записать:

$$\Delta E_к = \frac{m v^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} = A, \qquad (2)$$

где A – работа всех действующих на электрон сил. В нашем случае это работа сил электрического поля на участке I $\longrightarrow$ 2.

Поскольку силы электростатического поля являются консервативными, работа их равна убыли потенциальной энергии электрона:

$$A = W_{n_1} - W_{n_2} = e(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (3)$$

где $\varphi_2 = \varphi$, $\varphi_1 = \varphi_\infty = 0$

Отсюда

$$A = -e\varphi. \qquad (4)$$

Потенциал φ представляет собой потенциал заряженного шара и равен

$$\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q}{R}. \qquad (5)$$

Следовательно,

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\frac{k}{\varepsilon}\,\frac{qe}{R}; \qquad (6)$$

$$\frac{mV^2}{2} = -\frac{k}{\varepsilon}\,\frac{qe}{R}; \qquad (7)$$

$$V = \sqrt{\frac{-2kqe}{\varepsilon m R}}. \qquad (8)$$

Проверим наименование и произведем расчет для величины скорости:

$$[V] = \sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Кл}^2}{\text{Кл}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}} = \text{м/с};$$

$$V = \sqrt{\frac{-2\cdot 9\cdot 10^9\cdot(-1{,}6\cdot 10^{-19})4\cdot 10^{-12}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ 2\cdot 10^{-2}}} = 800 \text{ км/с}.$$

Ответ: $V = 800$ км/с.

<u>Задача 66</u>. На отрезке тонкого прямого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 10^{-8}$ Кл/м. Вычислить потенциал, создаваемый этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца на расстояние, равное длине этого отрезка проводника.

<u>Дано</u>:

$\lambda = 10^{-8}$ Кл/м

$k = 9\cdot 10^9$ Н·м^2/Кл^2

$\varepsilon = 1$

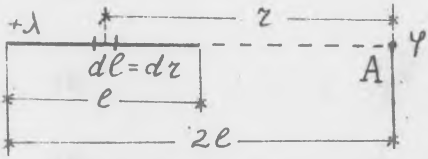
φ – ?

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Потенциал точечного заряда можно определить по формуле

$$\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\,\frac{q}{r}. \qquad (1)$$

Так как заряд на проводнике распределен с линейной плотностью по всей длине проводника, то применить эту формулу для вычисления потенциала нельзя. Однако заряд проводника можно представить как некоторую совокупность точечных зарядов, если длину проводника мысленно разделить на элементы длины $d\ell$ (рисунок). На каждом их этих элементов будет сосредоточен заряд dq, который можно считать точечным по сравнению с расстоянием от r до точки А, в которой требуется определить потенциал. Найдем потенциал $d\varphi$, создаваемый точечным зарядом dq в точке А.



Этот потенциал равен

$$d\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\frac{dq}{r}, \qquad (2)$$

где $dq = \lambda d\ell$. (3)

Так как $d\ell = dr$, то

$$d\varphi = \frac{k}{\varepsilon}\frac{\lambda}{r}dr. \qquad (4)$$

Проинтегрируем полученное выражение

$$\varphi = \int_{\ell}^{2\ell}\frac{k}{\varepsilon}\frac{\lambda}{r}dr = \frac{k}{\varepsilon}\lambda\int_{\ell}^{2\ell}\frac{dr}{r} = \frac{k\lambda}{\varepsilon}\ln r\Big|_{\ell}^{2\ell}. \qquad (5)$$

Отсюда

$$\varphi = \frac{k\lambda}{\varepsilon}\ln(2\ell-\ell) = \frac{k\lambda}{\varepsilon}\ln 2. \qquad (6)$$

Проверим наименование и рассчитаем величину потенциала в точке А:

$$[\varphi] = \frac{\text{Н м}^2\ \text{Кл}}{\text{Кл}^2\ \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}; \qquad \varphi = 9\cdot 10^9\cdot 10^{-8}\ln 2 = 62{,}4\ \text{В}.$$

Ответ: $\varphi = 62{,}4$ В.

<u>Задача 67.</u> Положительный электрический заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-8}$ Кл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а вторая удалена от плоскости на расстояние $a = 0{,}1$ м.

<u>Дано</u>:
$\sigma = 10^{-8}$ Кл/м^2
$a = 0{,}1$ м
$\varepsilon = 1$
$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Н·м^2/Кл^2

$\Delta\varphi$ – ?

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Разобьем мысленно плоскость на участки площадью dS. На каждом из них находится точечный заряд dq напряженность которого в точке A равна

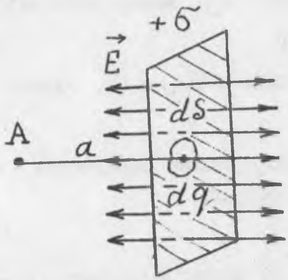
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (1)$$

Между модулем напряженности E и потенциалом существует соотношение

$$d\varphi = E\,dr, \qquad (2)$$

где $\Delta\varphi$ - потенциал точечного заряда dq, находящегося на заряженной плоскости (рисунок). Проинтегрируем выражение (2):

$$\varphi = \int_0^a E\,dr = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\, r \Big|_0^a. \qquad (3)$$



Отсюда
$$\varphi = \frac{\sigma a}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \Delta\varphi. \qquad (4)$$

Проверим наименование и рассчитаем величину потенциала:

$$[\Delta\varphi] = \frac{\text{Кл}\cdot\text{Н}\cdot\text{м}^3}{\text{м}^2\cdot\text{Кл}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В};$$

$$\Delta\varphi = \frac{10^{-8}\cdot 0,\ldots}{2\cdot 8,85\cdot 10^{-12}} = 56,6 \text{ В}.$$

Ответ: $\Delta\varphi = 56,6$ В.

Задача 68. Электрон влетает параллельно пластинам в плоский конденсатор, поле в котором E = 6 кВ/м. Найти приращение скорости электрона к моменту его вылета из конденсатора, если его начальная скорость равна $v_0 = 2\cdot 10^7$ м/с, а длина пластины конденсатора $\ell = 6\cdot 10^{-2}$ м.

Дано:

$E = 6\cdot 10^3$ В/м
$v_0 = 2\cdot 10^7$ м/с
$d = 6\cdot 10^{-2}$ м
$m = 9,1\cdot 10^{-31}$ кг
$e = -1,6\cdot 10^{-19}$ Кл

Δv - ?

Анализ содержания задачи и решение

Рассмотрим движение электрона между пластинами плоского конденсатора (рис. I). Электрон на выходе из конденсатора смещается к положительно заряженной пластине. Движение его по горизонтальной оси является равномерным, а по вертикальной оси он движется равноускоренно. Приращение скорости движения электрона равно

$$\Delta v = v - v_0, \qquad (1)$$

где v_0 и v - скорости электрона на входе и выходе из конденсатора соответственно. Конечная скорость электрона определяется следующим выражением:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \qquad (2)$$

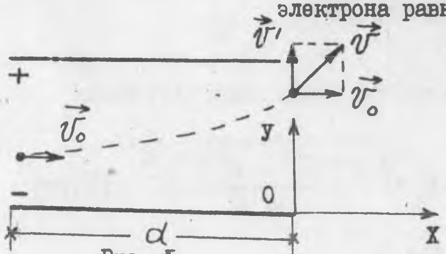


Рис. I

Так как $v_x = v_0$, $v_y = v'$, то имеем следующее выражение для конечной скорости:

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}. \tag{3}$$

Найдем составляющую скорости v_y. Движение электрона по оси ОУ является равноускоренным с ускорением $\vec{a}$.

Следовательно, выражение для скорости v_y можно записать так:

$$v_y = v_{0y} + at. \tag{4}$$

Начальная скорость по оси ОУ равна нулю ($v_{0y} = 0$), значит

$$v_y = at. \tag{5}$$

Время движения электрона в конденсаторе можно определить из соотношения для равномерного движения по оси ОХ

$$d = v_0 t \quad (6); \qquad t = \frac{d}{v_0}. \tag{7}$$

Значение ускорения электрона по оси ОУ можно вычислить, используя ОУД (рис. 2). Запишем ОУД для движущегося с ускорением $\vec{a}$ электрона

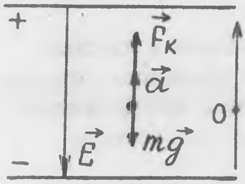


Рис. 2

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_к; \tag{8}$$

$$ma = -mg + F_к; \tag{9}$$

$$a = \frac{F_к}{m} - g. \tag{10}$$

Сила Кулона равна

$$F_к = |e| E. \tag{11}$$

С учетом выражения (II)

$$a = \frac{|e|E}{m} - g. \tag{12}$$

Отсюда

$$v_y = \left(\frac{|e|E}{m} - g\right)\frac{d}{v_0}. \tag{13}$$

Подставляя выражение (I3) в соотношение (3), имеем

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{|e|E}{m} - g\right)^2 \frac{d^2}{v_0^2}}. \tag{14}$$

Следовательно, приращение скорости равно

$$\Delta v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{|e|E}{m} - g\right)^2 \frac{d^2}{v_0^2}} - v_0. \tag{15}$$

Так как $|e|/m \gg g$, то этим членом в выражении (I5) можно пренебречь. Тогда получим

$$\Delta v = \sqrt{v_0^2 + \frac{e^2 E^2}{m^2} \frac{d^2}{v_0^2}} - v_0 = \frac{\sqrt{m^2 v_0^4 + e^2 E^2 d^2}}{m v_0} - v_0. \tag{16}$$

Проверим наименование величины $\Delta \upsilon$ и рассчитаем ее значение

$$\left[\sqrt{m^2 \upsilon_0^4}\right] = \sqrt{\frac{\text{кг}^2 \cdot \text{м}^4}{\text{с}^4}} = \sqrt{\text{Дж}^2} = \text{Дж};$$

$$\left[\sqrt{e^2 E^2 d^2}\right] = \sqrt{\frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{Н}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}} = \sqrt{\text{Дж}^2} = \text{Дж};$$

$$\left[\frac{\sqrt{m^2 \upsilon_0^4}}{m \upsilon_0}\right] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \text{м/с}, \quad [\Delta \upsilon] = \text{м/с}.$$

$$\Delta \upsilon = \frac{\sqrt{(9{,}1 \cdot 10^{-31}) \cdot (2 \cdot 10^7)^4 + (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 (6 \cdot 10^3)^2 \ (6 \cdot 10^{-2})^2}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \ 2 \cdot 10^7} - 2 \cdot 10^7;$$

$$\Delta \upsilon = 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

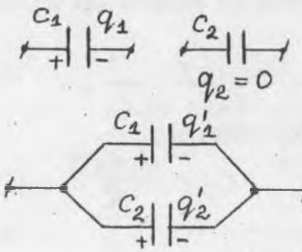
Ответ: $\Delta \upsilon = 2{,}5 \cdot 10^5$ м/с.

7.4. Методика решения задач на электроемкость, соединение конденсаторов

Задача 69. Конденсатор емкостью C_1 зарядили до напряжения $U_1 = 500$ В. При параллельном подключении этого конденсатора к незаряженному конденсатору емкостью $C_2 = 4$ мкФ вольтметр показал $U = 100$ В. Найти емкость C_1.

Дано:

$U_1 = 500$ В	
$C_2 = 4$ мкФ	$4 \cdot 10^{-6}$ Ф
$U = 100$ В	
C_1 – ?	



Анализ содержания задачи и решение

До соединения на первом конденсаторе был накоплен заряд q_1, на втором конденсаторе – $q_2 = 0$, т.к. он был не заряжен (рисунок). По закону сохранения электрического заряда

$$q_1 = q_1' + q_2', \qquad (1)$$

где q_1' и q_2' – заряды на конденсаторах после их параллельного соединения.

Заряды на конденсаторах равны следующим выражениям:

$$q_1 = C_1 U_1 \ (2); \quad q_1' = C_1 U \ (3); \quad q_2' = C_2 U. \ (4)$$

Подставляя формулы (2), (3) и (4) в выражение (1), имеем

$$C_1 U_1 = (C_1 + C_2) U. \qquad (5)$$

Найдем емкость конденсатора C_I по следующему выражению

$$C_1(U_1-U)=C_2U; \tag{6}$$

$$C_1=\frac{C_2U}{U_1-U}. \tag{7}$$

Вычислим значение емкости конденсатора C_I:

$$C_1=\frac{4\cdot 10^{-6}\ 100}{400}=10^{-6}\ \Phi = 1\ \text{мкФ}.$$

Ответ: $C_I = 1$ мкФ.

<u>Задача 70</u>. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено тремя диэлектрическими пластинками равной толщины d = 2 мм из стекла ($\varepsilon_1 = 7$), слюды ($\varepsilon_2 = 6$) и парафина ($\varepsilon_3 = 2$). Площади обкладок и пластинок одинаковы и равны S = 200 см^2. Найти емкость С такого конденсатора.

<u>Дано</u>:

d = 2 мм	$2\cdot 10^{-3}$ м
$\varepsilon_1 = 7$	
$\varepsilon_2 = 6$	
$\varepsilon_3 = 2$	
S = 200 см^2	0,02 м^2
C - ?	

<u>Анализ содержания задачи и решение</u>

Если в конденсатор ввести пластинки из диэлектрика, то будет происходить поляризация диэлектрика, и на поверхности диэлектрических пластинок появятся электрические заряды, как показано на рис. 1. В этом случае образуется три последовательно соединенных конденсатора с емкостями C_I, C_2 и C_3 (рис. 2).

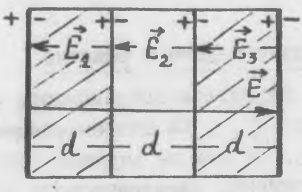


Рис. I

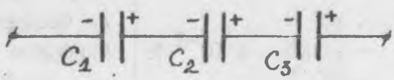


Рис. 2

Общая емкость конденсатора определяется из формулы для последовательного соединения конденсаторов

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \quad (1); \quad C=\frac{C_1C_2C_3}{C_2C_3+C_1C_3+C_1C_2}. \tag{2}$$

Емкость каждого конденсатора равна соответственно

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d} \quad (3); \quad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d} \quad (4); \quad C_3=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_3 S}{d}. \quad (5)$$

Отсюда

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 S}{(\varepsilon_2\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_2)d}. \tag{6}$$

Проверим наименование и произведем расчет величины C:

$$[C] = \frac{Кл^2 \cdot м^2}{Н \cdot м \cdot м^2} = \frac{Кл^2}{Дж} = \frac{Кл^2}{Кл\ В} = \frac{Кл}{В} = Ф;$$

$$C = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\ 2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 0{,}02}{(12 + 14 + 42) \cdot 0{,}002} = 90\ пФ.$$

Ответ: C = 90 пФ.

Задача 71. При разрядке батареи, состоящей из n = 20 параллельно соединенных конденсаторов с одинаковыми емкостями C = 4 мкФ, выделилось количество теплоты Q = 10 Дж. До какой разности потенциалов были заряжены конденсаторы?

Дано:	
n = 20	
C = 4 мкФ	$4 \cdot 10^{-6}$ Ф
Q = 10 Дж	
$\Delta\varphi = U$ - ?	

Анализ содержания задачи и решение

При разрядке батареи конденсаторов выделяется количество теплоты Q, равное накопленной на конденсаторах энергии $W_э$. Следовательно,

$$Q = W_э. \qquad (1)$$

Энергия, накопленная на конденсаторах, равна

$$W_э = \frac{C' U^2}{2} = Q, \qquad (2)$$

где C' - общая емкость n параллельно соединенных конденсаторов.

Емкость при параллельном соединении равна

$$C' = nC. \qquad (3)$$

Отсюда

$$Q = \frac{nCU^2}{2}; \qquad (4)$$

$$U = \sqrt{\frac{2Q}{nC}}. \qquad (5)$$

Проверим наименование и произведем расчет для разности потенциалов:

$$[U] = \frac{Дж}{Ф} = \frac{Кл \cdot В^2}{Кл} = В; \qquad U = \frac{2 \cdot 10}{20 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 500\ В.$$

Ответ: U = 500 В.

Глава 8. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

8.1. Задачи для самостоятельного решения по механике

Задача 1.1 Движение материальной точки задано уравнением $X = A + Bt + Ct^2$. Найти зависимость $v_x(t)$, определить вид движения и ускорение материальной точки a. Построить графики зависимости $v_x(t)$ и $v(t)$. Чему равна скорость материальной точки через некоторый промежуток времени t ? Данные вариантов приведены в таблице.

№ варианта	A, м	B, м/с	C, м/с^2	t, с
1	1	- 3	4	5
2	5	2	3	4
3	2	4	7	3
4	8	- 1	4	2
5	3	2	6	5
6	- 10	5	5	2
7	15	- 6	- 4	3
8	20	2	- 3	10
9	10	3	2	5
10	15	8	- 1	10

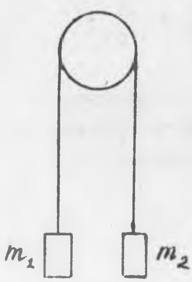
Задача 1.2. Записать уравнение движения материальной точки, если заданы для нее значения начальной координаты x_0, проекции скорости v_{0x}, проекции ускорения a_x. Найти ускорение и конечную скорость через некоторый промежуток времени t. Данные и искомые величины приведены в таблице.

№ варианта	x_0, м	v_{0x}, м/с	a_x, м/с^2	t, с	a, м/с^2	v, м/с
11	10	5	2	10	?	?
12	- 15	2	3	5	"	"
13	20	3	4	10	"	"
14	10	4	- 6	15	"	"
15	- 5	- 6	4	10	"	"

Задача 2.1. Уравнение углового пути диска радиусом R имеет вид $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Дt^3$. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точек диска для момента времени t. Данные вариантов приведены в таблице.

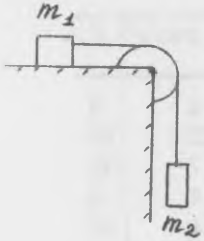
№ варианта	R, м	A, рад	B, рад/с	C, рад/с^2	Д, рад/с^3	t, с
1	1	10	20	4	2	5
2	2	15	- 10	5	- 10	10
3	4	10	15	6	7	15
4	3	- 10	15	4	- 5	4
5	1	5	4	- 5	4	10
6	4	- 15	- 20	8	2	5
7	5	10	8	15	- 5	15
8	2	12	5	10	- 3	10
9	3	14	12	- 6	2	2
10	4	18	10	- 1	4	6
11	5	20	- 40	7	6	10
12	1	16	4	- 2	1	15
13	4	10	- 24	5	7	10
14	5	4	2	8	9	12
15	2	14	4	8	- 3	10

Задача 3.1. Через блок перекинута нить, на концах которой висят грузы массами m_1 и m_2. С каким ускорением движутся (рисунок) грузы и какова сила натяжения нити? Данные вариантов приведены в таблице.



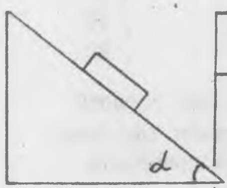
№ варианта	m_1, кг	m_2, кг
1	1,0	1,5
2	0,5	1,0
3	0,1	0,2
4	0,4	0,2
5	1,5	2,0

Задача 3.2. Брусок массой m_1 движется с ускорением a под действием груза массой m_2 (рисунок). Коэффициент трения μ. Найти силу натяжения нити и ускорение, с которым движутся тела. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины в ней обозначены "?"



№ варианта	m_1, кг	μ	m_2, кг	T, Н	a, м/с^2
6	0,1	0,01	0,20	?	?
7	0,1	0,02	0,15	"	"
8	0,1	0,01	0,30	"	"
9	0,2	0,03	0,30	"	"
10	0,3	0,04	0,40	"	"

Задача 3.3. Брусок массой m лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α (рисунок). Коэффициент трения μ. Сила трения равна $F_{тр}$, ускорение движения бруска a, сила нормального давления F_g. Данные величины приведены в таблице, искомые в ней обозначены "?"



№ варианта	m, кг	μ	α, °	a, м/с^2	$F_{тр}$, Н	F_g, Н
11	0,1	0,01	30	?	?	?
12	0,2	?	60	0,2	"	"
13	0,1	0,02	30	?	"	"
14	0,3	?	45	1,5	"	"
15	0,5	0,10	30	?	"	"

Как изменятся значения искомых величин, если брусок прижать к наклонной плоскости с силой, равной 10 % от силы тяжести бруска и направленной перпендикулярно поверхности их соприкосновения?

Задача 4.1. Снаряд массой m, летящий со скоростью v, разрывается на две части массами m_1 и m_2. Скорость меньшего осколка направлена в ту же сторону и равна v_1, скорость большего осколка снаряда – v_2. Данные вариантов приведены в таблице. Искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	m, кг	m_1, кг	v, м/с	v_1, м/с	v_2, м/с
I	I0	3	I5	I0	?
2	8	2	20	?	3
3	I2	4	25	8	?
4	6	I	I0	?	4
5	4	I	20	I2	?

Задача 4.2. Конькобежец, разогнавшись до скорости v, въезжает на ледяную горку. На какую высоту относительно начального уровня он поднимется, если угол наклона горки α, коэффициент трения коньков о лед μ? Данные варианта приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	v, м/с	α, °	μ	h, м
6	I5	30	0,0I	?
7	20	I0	0,0I	"
8	I0	20	0,02	"
9	20	30	0,02	"
I0	I5	I5	0,0I	"

Задача 4.3. Человек массой m переходит с носа лодки на ее корму. На какое расстояние переместится лодка, если ее длина l, а масса M? Данные и искомые величины приведены в таблице.

№ варианта	m, кг	M, кг	l, м	S, м
II	50	200	3,0	?
I2	60	240	3,0	"
I3	70	230	3,5	"
I4	50	250	2,5	"
I5	80	220	3,0	"

Задача 5.1. Диск массой m катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью v. Найти кинетическую энергию диска. Данные варианта приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	m, кг	v, м/с	$E_к$, Дж
1	2	5	?
2	5	7	"
3	6	4	"
4	8	12	"
5	7	15	"

Задача 5.2. Сплошной однородный диск катится по горизонтальной плоскости со скоростью v. Какое расстояние пройдет диск, если его предоставить самому себе? Чему при этом будет равно приращение его кинетической энергии? Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	m, кг	v, м/с	μ	S, м	$\Delta E_к$, Дж
6	5	10	0,1	?	?
7	6	5	0,1		"
8	7	10	0,2		"
9	10	4	0,2		"
10	12	3	0,3		"

Задача 5.3. Какую работу необходимо совершить, чтобы маховику массой m и радиусом R сообщить частоту вращения n, если он находился в состоянии покоя? Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	m, кг	R, м	n, об/с	A, Дж
11	5	2	10	?
12	2	3	15	"
13	6	4	10	"
14	5	5	8	"
15	6	7	9	"

8.2. Задачи для самостоятельного решения по электростатике

Задача 6.1. Два точечных электрических заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга и взаимодействуют с силой F. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	q_1, нКл	q_2, нКл	r, м	F, мН
1	4	5	0,1	?
2	6	-7	?	8
3	-5	3	?	12
4	?	5	0,2	10
5	2	?	0,1	9
6	4	6	?	12
7	-3	7	0,2	?
8	?	-8	0,1	10
9	2	?	0,2	8
10	3	-9	?	6
11	2	12	0,3	?
12	?	14	0,1	9
13	12	?	0,2	14
14	10	18	0,1	?
15	8	6	?	9

Задача 7.1. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся электрические заряды q_1, q_2 и q_3. Напряженность поля в центре треугольника равна E. Данные величины приведены в таблице, искомые величины обозначены "?".

№ варианта	a, см	q_1, нКл	q_2, нКл	q_3, нКл	E, В/м
1	4	5	5	-5	?
2	?	-6	6	6	100
3	3	?	-4	4	200
4	4	7	?	-7	100
5	?	4	4	4	200

Задача 7.2. Два точечных электрических заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность поля в которой равна нулю. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	q_1, нКл	q_2, нКл	r, м	r_1, м	r_2, м
6	6	8	0,1	?	?
7	8	-10	0,2	"	"
8	-4	12	0,1	"	"
9	5	8	0,2	"	"
10	6	-4	0,2	"	"

Задача 7.3. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами q_1 и q_2, находящимися на расстоянии r друг от друга. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от первого заряда на расстояние r_1 и от второго – на расстояние r_2. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены "?".

№ варианта	q_1, нКл	q_2, нКл	r, м	r_1, м	r_2, м	E, В/м
11	10	40	0,5	0,30	0,40	?
12	20	10	0,1	0,06	0,12	"
13	-10	40	0,5	0,30	0,40	"
14	15	-20	0,5	0,40	0,30	"
15	-10	15	0,1	0,06	0,12	"

Как изменится напряженность результирующего электрического поля, если заряды поместить в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,1$?

Задача 8.1. На тонком кольце радиусом R равномерно распределен электрический заряд с линейной плотностью λ. Какова напряженность электрического поля в точке, удаленной от всех точек кольца на расстояние r ? Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены "?".

№ варианта	R, м	λ, нКл/м	r, м	E, В/м
1	0,05	10	0,1	?
2	0,10	15	0,1	"
3	0,15	- 10	0,2	"
4	0,20	20	0,3	"
5	0,25	- 15	0,1	"

Задача 8.2. Тонкий стержень заряжен равномерно с линейной плотностью λ. Напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r на перпендикуляре к центру стержня, равна E. Длина стержня ℓ. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены "?".

№ варианта	λ, нКл/м	E, В/м	r, м	ℓ, м
6	10	400	?	0,10
7	-15	?	0,10	0,15
8	15	"	0,15	0,20
9	20	"	0,10	0,20
10	-20	"	0,20	0,30

Задача 8.3. Полусфера несет электрический заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью σ. Найти напряженность поля в центре полусферы. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены "?".

№ варианта	σ, нКл/м^2	E, В/м
11	10	?
12	15	"
13	20	"
14	25	"
15	30	"

Задача 9.1. Какую работу необходимо совершить, чтобы сблизить электрические заряды q_1 и q_2, находящиеся на расстоянии от r_1 до r_2? Данные вариантов приведены в таблице искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	q_1, нКл	q_2, нКл	r_1, м	r_2, м	А, Дж
1	10	20	0,50	0,25	?
2	15	20	0,30	0,15	"
3	-10	-20	0,40	0,20	"
4	20	20	0,30	0,20	"
5	- 5	- 5	0,20	0,05	"
6	5	10	0,60	0,40	"
7	10	15	0,80	0,20	"
8	15	10	1,00	0,50	"
9	5	25	0,80	0,60	"
10	-10	- 30	0,60	0,30	"

Задача 9.2. Чему равна потенциальная энергия взаимодействия электрических зарядов q_1 и , находящихся на расстоянии друг от друга. Данные вариантов приведены в таблице, искомые величины обозначены в ней "?"

№ варианта	q_1, нКл	q_2, нКл	r, м	W_n, Дж
11	10	10	0,25	?
12	15	20	0,30	"
13	20	25	0,20	"
14	10	20	0,20	"
15	15	25	0,10	"

Как изменится потенциальная энергия взаимодействия, если расстояние между зарядами увеличить в два раза; уменьшить в три раза?

Заключение

Сформированность умения решать физические задачи относится к числу основных профессионально-значимых умений будущего инженера-педагога.

В учебном пособии указанная проблема раскрыта на теоретическом, дидактическом и методическом уровнях. На теоретическом уровне проанализирован понятийный аппарат методики обучения умению решать задачи, раскрыто содержание таких понятий, как "задача", "задача с техническим содержанием, "задача с производственно-техническим содержанием", "графическая задача", "решение задачи", "обобщенный прием решения задач".

На дидактическом уровне исследованы дидактические условия успешности использования задач в учебном процессе. Раскрыт обобщенный подход к решению задач при изучении предметов естественнонаучного цикла дисциплин. Приведен анализ чувственного и рационального в познании, и показана его роль при решении физических задач, содержащих элементы технической наглядности.

На методическом уровне рассмотрены методы, способы и средства решения задач по физике. Раскрыта структура деятельности при решении задач по различным темам и разделам курса физики. Наибольшее освещение получил в работе алгоритмический подход к решению задач.

Литература

I. Александров Д.А., Швайченко И.М. Методика решения задач по физике в средней школе. - Л.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР, 1948. - 237 с.

2. Балл Г.А. О психологическом содержании понятия "задача"// Вопр. психологии. - 1970. - № 6. - С. 75-85.

3. Беркли Д. Сочинения. - М.: Мысль, 1978. - 556 с.

4. Блудов М.И. Какой должна быть задача с техническим содержанием? //Физика в шк. - 1956. - № 5. - С. 28-31.

5. Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А. Психология усвоения знаний в школе. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. - 347 с.

6. Большая Советская Энциклопедия: В 30 т./Под ред. А.М.Прохорова. - 3-е изд. - М.: Сов. энцикл., 1969-1978. - Т. 36. - 600 с.

7. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов/Под ред. А.А.Маркушевича. - 2-е изд. - М.: Учпедгиз, 1951. - 503 с.

8. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в средней школе: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов физ.-мат. спец. - М.: Просвещение, 1981. - 288 с.

9. Бэкон Ф. Сочинения: В 2 т. - М.: Мысль, 1977. - Т. I. - 567 с.

10. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий// Исследования мышления в советской психологии. - М.: Наука, 1966. - С. 236-277.

II. Гассенди П. Сочинения: В 2 т. - М.: Мысль, 1966. - Т. I.- 431 с.

I2. Гегель В.Ф. Энциклопедия философских наук. - М.; Л.: Гос. соц.-экон. изд-во, 1930. - Т. I. - 367 с.

I3. Глушков В.М. Теория автоматов. - Киев, 1963. - Вып. 2. - 39 с.

I4. Гоббс Т. Избранные произведения: В 2 т. - М.: Мысль, 1964.- Т. I. - 583 с.

I5. Гольбах П. Система природы, или о законах мира физического и мира духовного. - М.: Соцэкгиз, 1940. - 456 с.

I6. Горячкин Е.Н. Методика преподавания физики в семилетней школе: В 2 т. - М.:Учпедгиз, 1948. Т.I. Общие вопросы методики физики. - 496 с.

I7. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач. - Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1976. - 328 с.

18. Гутман В.И., Мощанский В.Н. Алгоритмы решения задач по механике в средней школе: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1988. - 95 с.

19. Давыдов В.В. Периодизация психического развития детей// Возрастная и педагогическая психология: Учеб. пособие. - М.: Просвещение, 1975. - Ч. 1. - С. 41-45.

20. Декарт Р. Рассуждение о методе с приложениями. Диоптрика, метеоры, геометрия/ АН СССР. - М., 1953. - 654 с.

21. Дидро Д. Избранные философскіе произведенія. - Спг.: Филос. биб-ка изд-ва М.И.Семенова, 1913. - 317 с.

22. Жиянова О.П. К методике решения задач с техническим содержанием // Физика в шк. - 1957. - № 4. - С. 82-84.

23. Знаменский П.А. Методика преподавания физики в средней школе. - 3-е изд. - Л.: Гос. уч.-пед. изд-во МП РСФСР, 1955. - 551 с.

24. Ильина Т.А.Педагогика: Курс лекций: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов. - М.: Просвещение, 1984. - 496 с.

25. Кабанова-Меллер Е.Н. Психология формирования знаний и навыков у школьников. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1962. - 376 с.

26, Казаченко А.С. Составление физических задач // Физика в шк. - 1948. - № 3. - С. 46-52.

27. Калмыкова З.И. К проблеме диагностики умственного развития школьников // Вопр. психологии. - 1982.- № 2. - С. 74-79.

28. Каменецкий С.Е., Орехов В.П. Методика решения задач по физике в средней школе: Кн. для учителя. - 3-е изд., перераб. - М.: Просвещение, 1987. - 336 с.

29. Кант И. Сочинения: В 6 т.- М: Мысль, 1964.- Т. 3. -799 с. с.

30. Кондаков Н.И. Логический словарь. - М.: Наука, 1971. - 656 с.

31. Кондильяк Э. Трактат о системах, в которых вскрываются их недостатки и достоинства. - М.: Гос. соц.-экон. изд-во, 1978.- 195 с.

32. Костерева Т.Н. Решение задач по физике с производственным содержанием // Физика в шк. - 1953.- № 4. - С. 80-81.

33. Краткий очерк истории философии /Под ред. М.Г.Иовчука.- 3-е изд. - М.: Мысль, 1975. - 798 с.

34. Ламетри Ж. Избранные сочинения. - М. ; Л.: Гос. соц.-экон. изд-во, 1925. - 370 с.

35. В.И.Ленин. Философские тетради // Полн. собр. соч. - Т. 29.- 362 с.

36. Леонардо да Винчи. Избранное/ АН СССР. - М., 1952. - 258 с.

37. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. - 4-е изд. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. - 584 с.

38. Лермантов В.В. Методика физики и Содержанiе приборов въ исправности. - Спг.: Изданiе К.Л.Риккера, 1907. - 177 с.

39. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. - М.: Педагогика, 1981. - 186 с.

40. Локк Д. Избранные философские произведения: В 2 т. - М.: Гос. соц.-экон. изд-во, 1960. - Т. 1. - 733 с.

41. Менчинская Н.А. Мышление в процессе обучения // Исследования мышления в советской психологии. - М.: Наука, 1966. - С.349-387.

42. Методика преподавания физики в 8-10 классах средней школы/ В.П.Орехов, А.В.Усова, И.К.Турышев и др. ; Под ред. В.П.Орехова, А.В.Усовой. - М.: Просвещение, 1980. - Ч. 1. - 320 с.

43. Платонов К.К. Краткий словарь системы психологических понятий. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1984. - 174 с.

44. Пономарев Я.А. Психология творчества и педагогика. - М.: Педагогика, 1976. - 280 с.

45. Психологический словарь / Под ред. В.В.Давыдова, А.В.Запорожца, Б.Ф.Ломова и др. - М.: Педагогика, 1983. - 448 с.

46. Резников Л.И., Перышкин А.В., Знаменский П.А. Основы методики преподавания физики. - М.: Просвещение, 1965. - 374 с.

47. Репьев В.В. Общая методика преподавания математики: Пособие для студентов пед. ин-тов. - М.: Учпедгиз, 1958. - 223 с.

48. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2 т. - М.: Педагогика, 1989. - Т. 1. - 488 с.

49. Славин А.В. Наглядный образ в структуре познания. - М.: Политиздат, 1971. - 270 с.

50. Совершенствование преподавания физики в средней школе социалистических стран: Кн. для учителя/ Х.Бинешек, Я.Варга, М.Вюншман и др. - М.: Просвещение, 1985. - 256 с.

51. Соколов И.И. Методика преподавания физики в средней школе.- М.: Учпедгиз, 1951. - 590 с.

52. Столяр А.А. Педагогика математики. - Минск: Вышэйш. шк., 1969. - 368 с.

53. Тихомиров О.К. Структура мыслительной деятельности человека. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1969. - 304 с.

54. Тюнников Ю.С. Методика анализа технического объекта в процессе политехнической подготовки // Сов. педагогика. - 1985. - № 11. - С. 38-41.

55. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. - М.: Педагогика, 1986. - 176 с.

56. Ходаков Ю.В. Преподавание химии в 7-8 классах: Пособие для учителей. - М.: Просвещение, 1969. - 318 с.

57. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. - М.: Педагогика, 1988. - 208 с.

58. Фейербах Л. Избранные философские произведения. - М.: Госполитиздат, 1955. - Т. 1. - 676 с.

59. Фридман Л.М. Дидактические основы применения задач в обучении: Автореф. дис.... д-ра пед. наук. - М., 1971. - 54 с.

60. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. - М.: Просвещение, 1989. - 192 с.

61. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач. - М.: Высш. шк., 1972. - 216 с.

62. Юськович В.Ф., Резников Л.И., Енохович А.С. Политехническое обучение в преподавании физики. - М.: Изд-во АПН РСФСР, 1957. - 328 с.

63. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. - М.: Педагогика, 1980. - 240 с.

О г л а в л е н и е

Галина Дмитриевна Бухарова

Теоретические основы обучения студентов умению решать физические задачи

Учебное пособие для студентов профессионально-педагогических вузов

Печатается по постановлению редакционно-издательского совета Уральского государственного профессионально-педагогического университета

Лицензия ЛР № 040328

Редактор Т.В.Шептунова Корректор С.И.Калинкина

Подписано в печать 28.11.95.Формат 60x84/16. Бумага для множ. аппаратов. Печать плоская. Усл. печ. л. 7,9. Уч.-изд. л. 8,2. Тираж 200 экз. Заказ 1082

Издательство Уральского государственного профессионально-педагогического университета.
620012, Екатеринбург, ул. Машиностроителей, 11.

Цех № 4 АООТ "Полиграфист". Екатеринбург, ул. Тургенева, 20.